MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE
ET DE LA PROMOTION CIVIQUE

EDUNOTE
Portail Integré de Réussite Scolaire

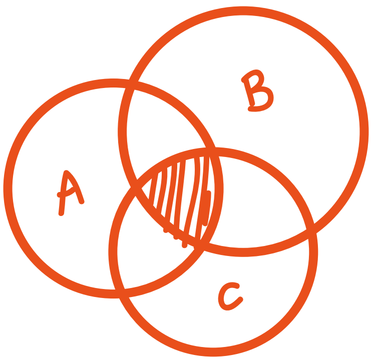
Maths
4 ème

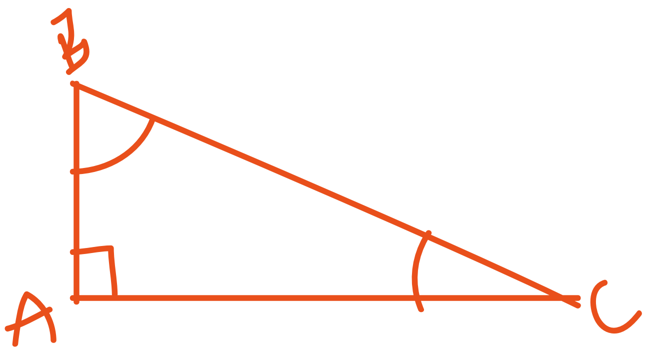
SUPPORT OFFICIEL DE L'ENSEIGNEMENT
À DISTANCE AU TCHAD

✓ ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

✓ ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

✓ EXERCICES CORRIGÉS





Inscrivez-vous
www.edunote.org

Appelez le Call center
Pédagogique au
1317

Scannez puis Téléchargez
le Livre en Pdf

unicef pour chaque enfant
EDUCATION CANNOT WAIT
a global fund for education in emergencies
UNFPA
Centre National des Curricula
TECHNIDEV
Institut des Technologies Innovantes pour le Développement

Avant – Propos

Ce support d’enseignement à distance du Mathématiques destiné à la classe de Cinquième de l’Enseignement Moyen au Tchad a été conçu dans le cadre du programme de Soutien Scolaire Intégré (SSI) mis en place par TECHNIDEV. Toutes propositions tendant à l’amélioration du document seront les bienvenues.

Bonne lecture

Equipe éditoriale

Le support d'enseignement à distance du Mathématiques destiné à la classe de Cinquième a été réalisé par une équipe pluridisciplinaire constituée d'inspecteurs, d'animateurs pédagogiques et d'enseignants, en particulier :

- MM. WEDA MBAFE, Professeur certifié de Mathématiques ;
- BOUMASSOU BOUKAR, Professeur de CEG de Mathématiques ;
- ABAYE ARMAND, Professeur de CEG de Mathématiques ;
- NODJINAIBEYE FREDERIC, Professeur de Mathématiques.

Sous la supervision de

NGARADOUM FABIEN,
Professeur certifié de Mathématiques

Saisie et mise en page
NODJIKOUAMBAYE MBAINAIDA,
Chef de Division Bibliothèque au CNC

Assistance technique :
MAHAMAT ABBA MAHAMAT,
Professeur de Mathématiques

Coordination :
Dr. ABOUBAKAR ALI KORE,
Directeur Général du Centre National des Curricula
KHALID FADOUL DOUTOUM,
Directeur Général de TECHNIDEV.

PREFACE

Chers élèves, enseignants, parents et parties prenantes de l'école tchadienne,

Conformément au **protocole d'accord de partenariat du 02 septembre 2016** ayant pour objet le renforcement des capacités en technologies de l'information et de la communication dans les établissements secondaires, liant l'Etat Tchadien représenté par le Ministère de l'Education Nationale et de la Promotion Civique (MENPC) et l'Institut TECHNIDEV, ce dernier est amené à expérimenter des approches innovantes intégrant le numérique et visant à améliorer l'efficacité interne du système éducatif tchadien. **Le résultat attendu de cette convention (MENPC/ TECHNIDEV) étant l'accès à une éducation et la réussite pour tous.**

C'est dans ce cadre que le programme Soutien Scolaire Intégré est développé et mis en œuvre par TECHNIDEV, avec pour objectif de :

- Prendre en charge tous les élèves en difficultés scolaires dans une discipline inscrite au programme officiel et ce, conformément au niveau de l'élève ;
- Contribuer à améliorer les notes en classe de tous les élèves bénéficiaires ;
- Contribuer à assurer le passage en classe supérieure de tous les élèves bénéficiaires ;
- Contribuer à améliorer le taux de réussite au BAC de tous les candidats bénéficiaires ;
- Contribuer au maintien des filles à l'école.

TECHNIDEV tient à exprimer ses remerciements aux cadres du MENPC, aux partenaires (ECW et UNICEF), les experts, les inspecteurs, les enseignants et les animateurs pédagogiques et à toutes celles et tous ceux qui ont contribué d'élaboration de ce guide.

Le présent guide pédagogique décline les stratégies d'une prise en charge de l'élève soucieux de la qualité de son éducation et de sa réussite, adhérant au projet et respectant les conditions spécifiques de sa mise en œuvre.

L'enseignant, spécialisé en techniques d'évaluation et de remédiation et en éducation par le numérique, dispose d'un outil lui permettant d'agir avec une méthode axée sur les résultats en terme de développement des compétences des élèves.

Pour les parents, c'est un instrument de suivi quotidien des activités d'apprentissage de l'enfant par rapport à la progression dans le programme.

J'invite les élèves, les enseignant (e)s et les parents à une exploitation judicieuse de ce guide pour une contribution efficace dans la mise en œuvre de programmes de Soutien Scolaire Intégré (SSI) et partant, la redynamisation de l'école tchadienne.

KHALID FADOUL DOUTOUM

Directeur Général de TECHNIDEV

INTRODUCTION

Le présent guide a été réalisé dans le cadre de programme de Soutien Scolaire Intégré (SSI) mis en place par TECHNIDEV. Une équipe pluridisciplinaire constituée d'inspecteurs, d'animateurs pédagogiques et d'enseignants a contribué à son élaboration.

Ce guide, destiné principalement aux enseignants et aux élèves, a pour but de contribuer à l'amélioration et le renforcement des capacités de l'élève et ce, d'abord par l''identification de ses difficultés suivi un accompagnement stratégique basé sur une approche par compétences. Il s'adresse aux élèves du CM à la Terminale et s'appesantit principalement sur les matières fondamentales que sont le Français et les Mathématiques. Chaque Guide traite un trimestre spécifique conformément au programme de l'enseignement proposé par le Ministère de l'Education Nationale et de la Promotion Civique du Tchad.

Dans ce contexte, le guide met en évidence les principales compétences jugées incontournables pour la réussite de l'élève et suggère aux enseignants des stratégies et méthodologies appropriées pouvant servir à mettre en place une meilleure prise en charge individuelle de l'élève.

Dans son architecture, le guide présente de la manière suivante :

Partie 1 (destinée en premier lieu à l'enseignant) : La Fiche de programmation trimestrielle, la Fiche de Progression et la Fiche de développement de compétences du trimestre mis en exergue par ledit Guide ainsi qu'un chronogramme de prise en charge individuelle de l'élève par l'enseignant.

Partie 2 (destinée aux élèves) : Elle déroule les différentes compétences que l'élève doit développer, ainsi que des épreuves et applications favorisant l'acquisition de ces compétences. Des tableaux d'évaluation des élèves sont consacrés à la fin de chaque épreuve.

Table des Illustrations


= Important pour l’élève


= Astuces et consignes


= Exercice d’application


= Exercices d’approfondissement


= Relire plusieurs fois


= Compétence acquise


= Compétence en cours d’acquisition


= Compétence non-acquise

PREMIERE PARTIE DESTINEE A L'ENSEIGNANT

FICHE DE PROGRAMMATION ANNUELLE		
	CB1 : Activités Numériques	CB2 : Activités Géométriques
Trimestre I	**Leçon 1 :** PPCM, PGCD de nombres entiers naturels et fractions. **Leçon 2 :** Opérations sur les fractions. **Leçon 3 :** Nombres décimaux relatifs et puissance de 10. **Leçon 4 :** Ensemble des nombres rationnels. **Leçon 5 :** Opérations sur les nombres rationnels.	**Leçon 1 :** Distances et droites. **Leçon 2 :** Points équidistants de deux droites et droite des milieux d'un triangle. **Leçon 3 :** Triangles et droites : droites particulières d'un triangle. **Leçon 4 :** Droites particulières d'un triangle isocèle équilatéral. **Leçon 5 :** Propriétés métriques d'un triangle : propriété de Pythagore et sa réciproque **Leçon 6 :** Cercles et droites : positions relatives d'une droite et d'un cercle, de deux cercles. **Leçon 7 :** Angles au centre d'un cercle. **Leçon 8 :** Polygones réguliers.

Trimestre II	**Leçon 6 :** Approximation d'un nombre rationnel. **Leçon 7 :** Puissance à exposant entier d'un nombre rationnel et propriétés. **Leçon 8 :** Expressions littérales. **Leçon 9 :** Produits remarquables. **Leçon 10 :** Equations du premier degré à une inconnue et résolution des problèmes. **Leçon 11 :** Inéquations du premier degré à une inconnue et résolution des problèmes.	**Leçon 9 :** Représentation des objets de l'espace (étude de la perspective cavalière). **Leçon 10 :** Cubes, prismes et pyramides (rappels). **Leçon 11 :** Solides de révolution : sphères, cylindres droits et cônes. **Leçon 12 :** Droites et plans de l'espace. **Leçon 12 :** Symétrie centrale. **Leçon 13 :** Symétrie orthogonale. **Leçon 14 :** Vecteurs – translations et parallélogrammes. **Leçon 15 :** Somme de vecteurs.
Trimestre III	**Leçon 12 :** Organisation des données (collecte des informations, tableau des effectifs). **Leçon 13 :** Traitement des données. **Leçon 14 :** Diagrammes.	**Leçon 16 :** Projections. **Leçon 17 :** Repérage sur une droite graduée et dans le plan.

Objectif Intermédiaire d'Intégration (OII)

Au terme de la classe de quatrième, l'élève doit pouvoir résoudre des situations-problèmes significatives permettant :

- l'enrichissement et le réinvestissement des acquis des classes antérieures, tant en activités numériques que géométriques dans des contextes variés ;
- le développement et l'utilisation du raisonnement ainsi que l'adoption d'une démarche expérimentale sur des activités numériques et géométriques ;
- l'organisation des données.

Compétence de base n° 1 (CB 1)

Au terme de la classe de quatrième, l'élève doit pouvoir résoudre des situations-problèmes significatives faisant intervenir :

- les opérations sur les calculs numérique et littéral ;
- l'organisation, le traitement, la représentation et l'interprétation des données.

Compétence de base n°2 (CB 2)

Au terme de la classe de quatrième, l'élève doit pouvoir résoudre des situations-problèmes significatives permettant :

- la mobilisation des connaissances sur les configurations dans le plan et dans l'espace ;
- l'utilisation de l'outil vectoriel pour des constructions et des justifications ;
- l'application des propriétés des figures géométriques

Fiche de programmation horaire du 1er trimestre

1er Trimestre	Compétences	Leçon	Titres des chapitres	Durée d'exécution			Durée du chapitre	Nombre d'heures du trimestre
				Cours	TD	Evaluation		
1er Octobre au 31 Décembre 11 semaines	CB1	1	PPCM, PGCD de nombres entiers naturels et fractions.	3H	1H	2H	3H	55H
		2	Opérations sur les fractions.	3H	1H		3H	
		3	Nombres décimaux relatifs et puissance de 10.	3H	1H		3H	
		4	Ensemble des nombres rationnels.	3H	1H		3H	
		5	Opérations sur les nombres rationnels.	3H	1H		3H	
	CB2	1	Distances et droites.	3H	1H		4H	
		2	Points équidistants de deux droites et droite des milieux d'un triangle.	3H	1H		4H	

		3	Triangles et droites : droites particulières d'un triangle.	3H	1H		4H	
		4	Droites particulières d'un triangle isocèle équilatéral.	3H	1H		4H	
		5	Propriétés métriques d'un triangle : propriété de Pythagore et sa réciproque	3H	1H		4H	
		6	Cercles et droites : positions relatives d'une droite et d'un cercle, de deux cercles.	3H	1H		4H	
		7	Angles au centre d'un cercle.	3H	1H		4H	
		8	Polygones réguliers.	3H	1H	2H	4H	

FICHE DE PROGRESSION DU 1er TRIMESTRE

Trimestre	Période	Contenus	
		CB 1 :	CB 2 :
I	1er Octobre au 10 Novembre	**Leçon 1 :** PPCM, PGCD de nombres entiers naturels et fractions. **Leçon 2 :** Opérations sur les fractions. **Leçon 3 :** Nombres décimaux relatifs et puissance de 10.	**Leçon 1 :** Distances et droites. **Leçon 2 :** Points équidistants de deux droites et droite des milieux d'un triangle. **Leçon 3 :** Triangles et droites : droites particulières d'un triangle. **Leçon 4 :** Droites particulières d'un triangle isocèle équilatéral.
	11 Novembre au 31Décembre	**Leçon 4 :** Ensemble des nombres rationnels. **Leçon 5 :** Opérations sur les nombres rationnels.	**Leçon 5 :** Propriétés métriques d'un triangle : propriété de Pythagore et sa réciproque **Leçon 6 :** Cercles et droites : positions relatives d'une droite et d'un cercle, de deux cercles. **Leçon 7 :** Angles au centre d'un cercle. **Leçon 8 :** Polygones réguliers.

LES MODULES D'INTEGRATION EN MATHEMATIQUES EN CLASSE DE CINQUIEME PREMIER TRIMESTRE

Compétence de Base 1

Quatrième–CB1 : L'élève doit pouvoir résoudre des situations-problèmes significatives qui mettent en œuvre le PPCM, le PGCD des nombres entiers, les opérations sur les fractions, les nombres décimaux relatifs, les nombres rationnels et les opérations sur les nombres rationnels.

.

Ressources		
Savoirs	**Savoir-faire**	**Activités suggérées**
PPCM, PGCD et fractions.	- Calculer le PPCM et le PGCD de nombres entiers naturels ; - réduire deux fractions au même dénominateur en utilisant le PPCM des dénominateurs ; - utiliser le PGCD du numérateur et du dénominateur d'une fraction pour la simplifier.	- Calcul du PPCM de nombres entiers naturels ; - calcul du PGCD de nombres entiers naturels ; - utilisation du PPCM pour réduire des fractions au même dénominateur ; - utilisation du PGCD du numérateur et du dénominateur d'une fraction pour la simplifier.
- Opérations sur les fractions.	- Calculer et simplifier la somme ou la différence des fractions ; - déterminer l'inverse d'une fraction ; - diviser deux fractions ; - calculer la puissance d'une fraction.	- Calcul de la somme ou de la différence de fractions ; - simplification de fractions ; - détermination de l'inverse d'une fraction ; - division de fractions ; - calcul de la puissance d'une fraction.

	- Nombres décimaux relatifs et puissance de 10.	- Définir une puissance de 10 à exposant entier relatif ; - multiplier un nombre par une puissance de 10 ; - écrire des puissances de 10 sous différentes formes ; - écrire un nombre décimal sous la forme $a.10^n (a \in \mathbb{D}\ et\ n\ \in \mathbb{Z})$; - trouver l'écriture scientifique et l'ordre de grandeur d'un nombre décimal ; - calculer le produit de deux nombres décimaux écrits sous la forme $a.10^n (a \in \mathbb{D}\ et\ n\ \in \mathbb{Z})$; - encadrer un nombre décimal par deux puissances de 10 à exposants entiers relatifs ; - comparer deux nombres décimaux écrits sous la forme $a.10^n (a \in \mathbb{D}\ et\ n\ \in \mathbb{Z})$.	- Définition d'une puissance de 10 à exposant entier relatif ; - multiplication d'un nombre par une puissance de 10 ; - écriture des puissances de 10 sous différentes formes ; - écriture d'un nombre décimal sous la forme $a.10^n (a \in \mathbb{D}\ et\ n\ \in \mathbb{Z})$; - détermination de l'écriture scientifique et de l'ordre de grandeur d'un nombre décimal ; - calcul du produit de deux nombres décimaux écrits sous la forme $a.10^n (a \in \mathbb{D}\ et\ n\ \in \mathbb{Z})$; - encadrement d'un nombre décimal par deux puissances de 10 à exposants entiers relatifs ; - comparaison de deux nombres décimaux écrits sous la forme $a.10^n (a \in \mathbb{D}\ et\ n\ \in \mathbb{Z})$.
	- Ensemble des nombres rationnels.	- Distinguer, sur une liste de nombres, les décimaux relatifs et les rationnels ; - passer de l'écriture d'un quotient de nombres décimaux à l'écriture d'un quotient de nombres entiers ; - simplifier un nombre rationnel ; - comparer des nombres rationnels directement ou éventuellement en utilisant une droite graduée.	- Distinction sur une liste de nombres des décimaux relatifs et des rationnels ; - transformation de l'écriture d'un quotient de nombres décimaux en écriture d'un quotient de nombres entiers ; - simplification d'un nombre rationnel ; - comparaison des nombres rationnels directement ou éventuellement en utilisant une droite graduée.
	- Opérations sur les nombres rationnels.	- Calculer la somme, la différence et le produit des nombres rationnels ; - déterminer l'inverse d'un nombre rationnel non nul et calculer le quotient des nombres rationnels.	- Calcul de la somme, de la différence et du produit des nombres rationnels ; - détermination de l'inverse d'un nombre rationnel non nul ; - calcul du quotient de nombres rationnels.

Compétence de Base 2

Quatrième–CB2 : L'élève doit pouvoir résoudre des situations-problèmes significatives qui mettent en œuvre les relations d'une part entre les distances et les droites, d'autre part entre les triangles et les droites, l'étude des propriétés métriques d'un triangle rectangle, les cercles et les droites, les angles au centre d'un cercle et les polygones réguliers.

Objectifs d'apprentissage (Ressources)		
Savoirs	**Savoir-faire**	**Activités suggérées**
- Distances et droites.	- Déterminer la distance d'un point à une droite ; - construire un point à une distance donnée d'une droite ; - construire une droite à une distance donnée d'un point fixe ; - déterminer la distance de deux droites parallèles ; - construire une droite parallèle à une droite donnée à une distance connue.	- Détermination de la distance d'un point à une droite ; - construction d'un point à une distance donnée d'une droite ; - construction d'une droite à une distance donnée d'un point fixe ; - détermination de la distance de deux droites parallèles ; - construction d'une droite parallèle à une droite donnée à une distance connue.
- Points équidistants de deux droites et droite des milieux d'un triangle.	- Construire l'axe médian de deux droites parallèles ; - construire un point équidistant de deux droites sécantes ; - utiliser la propriété de la droite des milieux et la propriété de la droite parallèle à un côté d'un triangle et passant par le milieu d'un autre côté pour démontrer que : ➢ deux droites sont parallèles, ➢ un point est le milieu d'un côté d'un triangle ou pour calculer la longueur d'un segment.	- Construction de l'axe médian de deux droites parallèles ; - construction d'un point équidistant de deux droites sécantes ; - démonstration du parallélisme de deux droites en utilisant la propriété de la droite des milieux ; - démonstration qu'un point est milieu d'un côté d'un triangle en utilisant la propriété de la droite parallèle à un côté d'un triangle et passant par le milieu d'un autre côté ; - calcul de la longueur d'un segment en utilisant la propriété

			de la droite des milieux.
	- Triangles et droites : droites particulières d'un triangle.	- Construire et reconnaître dans un triangle donné : ➢ l'orthocentre, ➢ le centre du cercle inscrit, ➢ le centre de gravité ; - démontrer que : ➢ deux droites sont sécantes (en utilisant l'orthocentre, le centre de gravité ou le centre du cercle inscrit), ➢ deux droites sont perpendiculaires (en utilisant l'orthocentre).	- Construction dans un triangle donné de l'orthocentre, du centre du cercle inscrit et du centre de gravité ; - reconnaissance, dans un triangle donné, de l'orthocentre, du centre du cercle inscrit ou du centre de gravité ; - démonstration de l'intersection de deux droites en utilisant l'orthocentre, le centre de gravité ou le centre du cercle inscrit ; - démonstration de la perpendicularité de deux droites en utilisant l'orthocentre.
	- Droites particulières d'un triangle isocèle et équilatéral	- Démontrer qu'un triangle est isocèle ou équilatéral en utilisant les propriétés des droites particulières ; - démontrer en utilisant la caractérisation d'un triangle isocèle par les droites particulières : ➢ que deux droites sont perpendiculaires, ➢ qu'un point est le milieu d'un côté d'un triangle.	- Démonstration qu'un triangle est isocèle ou équilatéral en utilisant les propriétés des droites particulières ; - démonstration de la perpendicularité de deux droites en utilisant la caractérisation d'un triangle isocèle par les droites particulières ; - démonstration qu'un point est milieu d'un côté d'un triangle en utilisant la caractérisation d'un triangle isocèle par les droites particulières.
	- Propriétés métriques d'un triangle : propriété de Pythagore et sa réciproque.	- Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle en utilisant la propriété de Pythagore ; - démontrer qu'un triangle est rectangle en utilisant la réciproque de la propriété de Pythagore ; - calculer la longueur de la hauteur issue du sommet de l'angle droit.	- Calcul de la longueur d'un côté d'un triangle rectangle en utilisant la propriété de Pythagore ; - démonstration qu'un triangle est rectangle en utilisant la réciproque de la propriété de Pythagore ; - calcul de la longueur de la hauteur issue du sommet de l'angle droit.

	- Cercles et droites : positions relatives d'une droite et d'un cercle, de deux cercles.	- Déterminer les positions relatives d'un cercle et d'une droite en comparant le rayon du cercle et la distance entre le centre de ce cercle et la droite ; - déterminer les positions relatives de deux cercles en comparant la somme des rayons, la différence des rayons et la distance entre les deux centres des deux cercles.	- Détermination des positions relatives d'un cercle et d'une droite en comparant le rayon du cercle et la distance entre le centre de ce cercle et la droite ; - détermination des positions relatives de deux cercles en comparant la somme des rayons, la différence des rayons et la distance entre les deux centres des deux cercles.
	- Angles au centre d'un cercle.	- Reconnaître un angle au centre dans un cercle ; - construire un angle au centre de mesure donnée ; - reconnaître un arc de cercle intercepté par un angle au centre ; - identifier une corde sous-tendant un arc et un arc sous-tendu par une corde ; - calculer la longueur d'un arc ; - utiliser les propriétés de proportionnalité entre la longueur d'un arc de cercle et la mesure de l'angle au centre qui l'intercepte pour démontrer : ➢ une égalité d'angle au centre, ➢ une égalité de longueur d'arc, ➢ une égalité de longueur de corde.	- Reconnaissance d'un angle au centre dans un cercle ; - construction d'un angle au centre d'un cercle de mesure donnée ; - reconnaissance d'un arc de cercle intercepté par un angle au centre ; - identification d'une corde sous-tendant un arc et un arc sous-tendu par une corde ; - calcul de la longueur d'un arc ; - démonstration d'une égalité d'angles au centre en utilisant les propriétés de proportionnalité entre la longueur d'un arc de cercle et la mesure de l'angle au centre qui l'intercepte ; - démonstration d'une égalité de longueur d'arcs en utilisant les propriétés de proportionnalité entre la longueur d'un arc de cercle et la mesure de l'angle au centre qui l'intercepte ; - démonstration d'une égalité de longueur de cordes en utilisant les propriétés de proportionnalité entre la longueur d'un arc de cercle et la mesure de l'angle au centre qui l'intercepte.
	- Polygones réguliers.	- Reconnaître un polygone régulier ; - construire un polygone régulier en utilisant un angle au centre.	- Reconnaissance d'un polygone régulier ; - construction d'un polygone régulier en utilisant un angle au centre.

PARTIE DESTINEE A L'ELEVE
FICHES DE DEVELOPPEMENT DES COMPETENCES

Orientations :

1. *Suivre minutieusement les horaires des séances de développement des compétences prévues dans l'emploi du temps ;*
2. *Exploiter par ordre les fiches de développement des compétences ;*
3. *Traiter dans l'ordre les exercices en lien avec chaque compétence ;*
4. *Relever toutes les difficultés rencontrées lors du traitement des exercices ;*
5. *Participer aux séances de développement de compétences (Call Center) ;*
6. *Noter tous les conseils et orientations des enseignants.*

Leçons de la compétence de base 1 du premier trimestre
PPCM & PGCD des nombres entiers naturels et fractions
Opération sur les fractions
Séquence 1 : calcul de PPCM (a ; b)
Objectif : calculer le PPCM de deux nombres entiers naturels

Présentation

a et b sont deux (2) nombres entiers naturels non nuls tels que : $a = 2^3 \times 3^2 \times 5$ et

$b = 2^2 \times 3^3 \times 5^2$.

Les facteurs de a sont : 2^3 ; 3^2 et 5 puis les facteurs de b sont : 2^2 ; 3^3 et 5^2

- Calculons le PPCM (a, b).
- PPCM (a ; b) = $2^3 \times 3^3 \times 5^2$

Définition : le PPCM (a ; b) est le produit de tous les facteurs des deux décompositions, chaque facteur étant affecté du plus grand exposant apparu dans les deux décompositions.

Remarque : a et b appartiennent à N. s'il n'y a aucun diviseur premier commun a la décomposition de a et celle de b, alors PPCM (a ; b) = $a \times b$.

Sequence 2 : calcul de PGCD

Objectif : calculer le PGCD de deux nombres entiers naturels.

Définition : le PGCD (a ; b) est le produit des facteurs communs aux deux décompositions, chaque facteur étant affecté du plus petit exposant apparu dans les deux décompositions.

Exemple : $a = 2^3 \times 3^2 \times 5$ et $b = 2^2 \times 3^3 \times 5^2$.

- PGCD (a ; b) = $2^2 \times 3^2 \times 5$

Remarque : PGCD (a, b) = 1 signifie que PPCM (a, b) = $a \times b$. Si b est un diviseur de a, alors PGCD (a, b) = b.

Séquence 3 : réduction des fractions au même dénominateur

Objectif : Réduire les fractions au même dénominateur

Méthode : Utilisation du PPCM pour réduire des fractions au même dénominateur. On peut utiliser comme dénominateur commun le PPCM de leur dénominateur.

Exemple : réduisons au même dénominateur les fractions $\frac{5}{8}$ et $\frac{9}{32}$

PPCM (8 ; 32) = 32

$\frac{5}{8} \times \frac{4}{4} = \frac{20}{32}$; on a $\frac{20}{32}$ et $\frac{9}{32}$

Séquence 4 : PGCD et simplification d'une fraction

Objectif : Utilisation de PGCD du numérateur et du dénominateur d'une fraction pour la simplifier.

Méthode : Il faut diviser le numérateur et le dénominateur par le PGCD (a ; b)

Exemple : simplifions la fraction $\frac{210}{238}$. $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ et $238 = 2 \times 7 \times 17$; donc PGCD (210 ; 238) =14. Ainsi $\frac{210}{238} = \frac{210:14}{238:14} = \frac{15}{17}$ et $\frac{15}{17}$ est une fraction irréductible.

Séquence 5 : Calcul et simplification de la somme de deux fractions

Objectif : Calculer la somme de deux fractions et simplifier le résultat.

Règle : pour calculer la somme des deux fractions : On les réduit à un même dénominateur, on calcule la somme des numérateurs des fractions réduites au même dénominateur

Exemple : calculons et simplifions le résultat des fractions :

$\frac{11}{15} + \frac{2}{3} = \frac{11}{15} + \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{11+10}{15} = \frac{21:3}{15:3} = \frac{7}{5}$

Séquence 6 : calcul de la différence de deux fractions

Règle : pour calculer la différence des deux fractions.

- On les réduit à un même dénominateur ;
- On calcule la différence des numérateurs des quotients obtenus.

Exemple : Calculons

$\frac{5}{4} - \frac{2}{3} = \frac{15}{12} - \frac{8}{12} = \frac{7}{12}$

Séquence 7 : l'inverse d'une fraction.

Objectif : Trouver l'inverse d'une fraction.

Définition : a et b sont deux entiers relatifs ; on dit que $\frac{a}{b}$ et $\frac{b}{a}$ sont deux nombres rationnel inverses l'un de l'autre si et seulement si $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$

<u>Exemple</u> : $\frac{1}{3}$ est l'inverse de 3, -2 est l'inverse $\frac{-1}{2}$. De même $\frac{2}{3}$ est l'inverse de $\frac{3}{2}$ et $\frac{2}{5}$ est l'inverse de $\frac{5}{2}$

<u>Séquence 8 :</u> division de deux fractions

<u>Objectif :</u> Quotient de deux fractions.

<u>Règle :</u> $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont deux fractions telles que b, c, d sont tous non nuls.

On écrit $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$.

<u>Exemple</u> : $\frac{10}{7} : 2 = \frac{10}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$ on note :

$\frac{\frac{10}{7}}{2} = \frac{10}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{7}$

<u>Séquence 9 :</u> Calcul de la puissance d'une fraction

<u>Objectif :</u> Calculer la puissance d'une fraction

<u>Définition</u> : Soit n $\in \mathbb{N}$ et $\frac{a}{b}$ est une fraction, alors le produit de **n** facteurs tous égaux à $\frac{a}{b}$ se note $\left(\frac{a}{b}\right)^n$. On écrit :

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \ldots\ldots\ldots\ldots \times \frac{a}{b}$

<u>Exemple</u> : $\left(\frac{4}{7}\right)^3 = \frac{4}{7} \times \frac{4}{7} \times \frac{4}{7} = \frac{64}{43}$

$\left(\frac{2}{3} \times \frac{5}{7}\right)^3 = \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2^3}{3^3} \times \frac{5^3}{7^3}$

Nombres décimaux relatif et puissance de 10 ; ensemble des nombres rationnels et opération sur les nombres rationnels.

<u>Séquence 10 :</u> définition d'une puissance de 10

<u>Objectif :</u> Définir une puissance de 10.

<u>Définition :</u> n$\in \mathbb{N}$. On appelle puissance d'exposant n de 10, le produit de n facteurs égaux à 10. De même $10^n = 10 \times 10 \times \ldots \times 10$ (n facteurs égaux à 10). De même : 10^{-n} est l'inverse de 10^n. on a :

$10^{-n} = \frac{1}{10^n}$

Car $10^{-n} \times 10^n = 1$.

- $10^{-n} = 0{,}1 \times 0{,}1 \times \ldots\ldots \times 0{,}1$ (n facteurs égaux à 0,1). Ou

- $10^{-n} = 1/10^{n} = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times .... \times \frac{1}{10}$
  (n chiffres après la virgule).

<u>Exemple</u> : $10^{6} = 10 \times 10 \times 10 \times \ 10 \times 10 \times 10 = 1.000.000$. $10^{-3} = 0,1 \times \ 0,1 \times \ 0,1 =$ 0,001 trois (3) chiffres après la virgule.

<u>Remarque</u> : si $n \in \mathbb{N}$ alors $10^{n} = 10 \ldots\ldots 0$ (n zéros). Si $n \in \mathbb{N}$ et $n \neq 0$, alors $\frac{1}{10^{n}} = 0,0 \ldots\ldots 1$ n chiffres après la virgule, (n- 1) zéros suivis du chiffre 1.

<u>Propriétés</u> : n et p sont des nombres entiers relatifs

$10^{n} \times 10^{p} = 10^{n+p}$	$(10^{n})^{p} = 10^{n \times p}$	$\frac{10^{n}}{10^{p}} = 10^{n-p}$

<u>Exemple</u> : Ecrivons sous forme d'une puissance de 10 chacun des produits suivants : $10^{-5} \times 10^{8} = 10^{-5+8} = 10^{3}$; $10^{-7} \times 10^{12} = 10^{5}$; $10^{4} \times 10^{-7} = 10^{-3}$; $10^{-3} \times \ 10^{-5} = 10^{-8}$;

$10^{4} \times 10^{3} = 10^{7}$

<u>Séquence 11</u> : Ecriture des puissances de 10 sous différentes formes

<u>Objectif</u> : Ecrire des puissances de 10 sous différentes formes

<u>Règle</u> : un nombre décimal écrit sous la forme $a \times 10^{n}$ est en écriture scientifique si a est un nombre décimal avec un seul chiffre non nul avant la virgule et n un entier relatif.
<u>Remarque</u> : l'écriture scientifique d'un nombre décimal permet de mieux percevoir son ordre de grandeur

<u>Exemple</u> : $0,001743 = 1,743.10^{-3}$; $6,43000000 = 6,43.10^{8}$; $1432 = 1,432.10^{3}$.

<u>Séquence 12:</u> l'écriture scientifique et l'ordre de grandeur d'un nombre décimal. Multiplication d'un nombre par une puissance de 10.

<u>Objectif</u> : Ecrire un nombre décimal en notation scientifique.

<u>Règle</u> : pour multiplier un nombre décimal par 10^{1} ; 10^{2} ; 10^{3} ....10^{n} on déplace la virgule de 1, 2, 3 …… n rangs vers la droite du nombre que multiplie la puissance de 10.

- Pour multiplier un nombre décimal par 10^{-1} ; 10^{-2} ; 10^{-3}; .... 10^{-n}

On déplace la virgule de 1, 2, 3, ……. n rangs vers la gauche du nombre que multiplie la puissance de 10.

<u>Remarque</u> : 27,3 peut s'écrire : $273. 10^{-1}$; $2730. 10^{-2}$; $0,273. 10^{2}$.

<u>Règle</u> : un nombre décimal écrit sous la forme a x 10^{n} est en écriture scientifique si a est un nombre décimal avec un seul chiffre non nul avant la virgule et n un entier relatif.

<u>Remarque</u> : l'écriture scientifique d'un nombre décimal permet de mieux percevoir son ordre de grandeur

<u>Exemple</u> : $0,001743 = 1,743.10^{-3}$; $643000000 = 6,43.10^{8}$; $1432 = 1,432.10^{3}$.

- Produit des nombres décimaux sous la forme $a \times 10^{p}$.

<u>Règle</u> : a et b sont des nombres relatifs non nuls, p et q sont des entiers relatifs.

Le produit $(a \times 10^{p}) \times (b \times 10^{q}) = (a \times b) \times 10^{p+q}$

<u>Exemple</u> : $(2,25 \times 10^{-3}) \times (3,5 \times 10^{-2}) = (2,25 \times 3,5).10^{-5}$

  - $(225\times 10^{-7}) \times (8 \times 10^{4}) = (225\times 8) \times 10^{-7+4} = 1800.10^{-3} = 1,8$.

- $(5,4 \times 10^{3}) \times (0,5 \times 10^{4}) = (5,4 \times 0,5) \times 10^{7} = 2,7.10^{7}$

<u>Séquence 13 :</u> Encadrement d'un nombre décimal par deux puissances de 10 a exposant entier relatif.

<u>Objectif :</u> Encadrer un nombre décimal écrit sous la forme $a \times 10^{p}$.

<u>Règle</u> : pour donner un encadrement d'un nombre décimal écrit sous la forme $\mathbf{a \times 10^{n}}$ par deux puissances de dix on cherche un encadrement de a par deux puissances de 10 d'exposant entiers relatifs consécutifs en sachant que $1 = 10^{0}$ et $10 = 10^{1}$.

On détermine un encadrement de $a \times 10^{n}$ en multipliant chaque membre de l'inégalité précédemment obtenue par10^{n}.

<u>Exemple</u> : $7,9 \times 10^{7}$ et $2,3 \times 10^{-5}$.

On sait que : $1 < 7,9 < 10$

$1 \times 10^{7} < 7,9.10^{7} < 10.\ 10^{7}$

$10^{7} < 7,9 < 10^{8}$

$1 < 2,3 < 10$

$1.10^{5} < 2,3.\ 10^{-5} < 10\times\ 10^{-5}$

$10^{-5} < 2,3.\ 10^{-5} < 10^{-4}$

Séquence 14 : Comparaison des nombres décimaux relatifs écrits sous la forme a x 10^{p}.

(a ∈ ID) et (p ∈ ℤ).

Objectif : Comparer les nombres décimaux relatifs écrits sous la forme a x 10^{p}.

Méthode : pour comparer deux nombres décimaux positifs x et y écrits sous la forme a x 10^{p}. On donne les notations scientifiques de chacun des nombres x et y. D'où X = x. 10^{n} et Y = y.10^{m}

Si n ≠ m, alors x et y sont rangés dans le même ordre que m et n.

Si n = m, alors x et y sont rangés dans le même ordre que x et y.

Exemple : comparons A et B tels que : A = 479.10^{-8} et B =51.10^{-7} ;

A = (4,79 x 10^{2}) x 10^{-8} = 4,79.10^{-6}

B = (5,1 x10) x 10^{-7} 5,1 x 10^{-7} =5,1 x 10^{-6}.

On déduit que : A < B, car 4,79.10^{-6} < 5,1.10^{-6}.

Séquence 15 : Ensemble des nombres rationnels.

Objectif : Ecrire l'ensemble des nombres rationnels.

Définitions : un nombre rationnel est un nombre égal à une fraction ou à l'opposé d'une fraction. L'ensemble des nombres rationnels est noté : ℚ

Exemple : 0,75 ; 1,8 ; 12 ; 0,1 ; - 0, 8 ; $\frac{-2}{3}$ sont des nombres rationnels. Car $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$

- Ecriture des nombres rationnels

Définition : a et b deux nombres entiers relatifs et b ≠ 0.On appelle quotient de a par b le nombre rationnel q = $\frac{a}{b}$.

Propriété :

a et b deux nombres entiers relatifs et b ≠ 0. $\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$

Exemple : $\frac{-8}{3} = \frac{8}{-3}$ = - $\frac{8}{3}$

Séquence 16 : simplifier un nombre rationnel

Objectif : Simplifier des nombres rationnels.

Méthode : pour simplifier un nombre rationnel écrit sous la forme d'une fraction, on peut :

- Rechercher les diviseurs communs du numérateur et du dénominateur de la fraction donnée (PGCD) ;
- Décomposer les termes de la fraction donnée en un produit de facteurs premiers ;
- Procéder à des simplifications successives.

Exemple : $\frac{-18}{24} = \frac{-2\times3\times3}{2\times2\times2\times3} = -\frac{3}{4}$

Comparaison des nombres rationnels

Règle : pour comparer deux nombres rationnels, on se ramène à comparer deux nombres décimaux relatifs, des fractions ou des opposés de fractions.

Exemple : $\frac{5}{3}$ et $-\frac{2}{3} \rightarrow \frac{5}{3} > -\frac{2}{5}$; - 5,1 et $-\frac{14}{3} \rightarrow$ - 5,1< $-\frac{14}{3}$

Séquence 17 : Calcul de la somme ; la différence et le produit des nombres rationnels

Objectif : Calculer la somme ; la différence et les produits des nombres rationnels

Exemples : calculons :

$\left(\frac{-4}{3}\right) - \frac{7}{5} = \frac{-20}{15} - \frac{21}{15} = \frac{-20-21}{15} = -\frac{41}{15}$

$\frac{5}{7} + \frac{2}{-3} = \frac{5}{7} + -\frac{2}{3} = \frac{15}{21} - \frac{14}{21} = \mathbf{\frac{1}{21}}$

$\frac{5}{4} - \frac{2}{3} = \frac{15}{12} - \frac{8}{12} = \frac{7}{12}$

$\left(\frac{-7}{3}\right) + \frac{4}{7} = \frac{-49}{21} + \frac{12}{21} = \frac{-49+12}{21} = -\frac{37}{21}$

- Produit de deux nombres rationnels

Propriété : a, b, c et d sont des entiers relatifs, b et d non nuls, $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont deux fractions . on écrit:

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a\times c}{b\times d}$

Exemple : $\left(\frac{-7}{8}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) = \frac{7\times2}{2\times4\times5} = \frac{7}{20}$

$\frac{3}{2} \times \frac{7}{5} \times \left(\frac{-20}{9}\right) = \frac{3\times7\times-5\times2\times2}{2\times5\times3\times3} = \frac{-14}{3}$

Séquence 18: **L'inverse d'un nombre rationnel non nul.**

Objectif : Déterminer l'inverse d'un nombre rationnel non nul.

Définition : a et b sont deux entiers relatifs non nuls ; on dit que $\frac{a}{b}$ et $\frac{b}{a}$ sont deux nombres rationnels inverses l'un de l'autre car $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$

Séquence 19 : **Calcul du quotient de nombres rationnels.**

Objectif : Calculer le quotient de nombre rationnels.

Définition : le quotient $\frac{a}{b}$ est le produit de a par l'inverse de b : $\frac{a}{b} = \text{a x} \frac{1}{b}$

Règle : a, b, c et d sont des entiers relatifs (b, c et d $\neq 0$), alors : $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ ou $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

Exemple $\frac{5}{3} : \frac{2}{7} = \frac{5}{3} \text{ x } \frac{7}{2} = \frac{35}{6}$

$\frac{2}{11} : 9 = \frac{2}{11} \text{ x } \frac{1}{9} = \frac{2}{99}$

$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{-2}{3}} = \frac{3}{4} \times \left(\frac{-3}{2}\right) = - \frac{9}{8}$

Leçons de la compétence de base 2 du premier trimestre

Distances et droites

Séquence 20 : Distance d'un point par rapport à une droite

Objectif : Déterminer la distance d'un point à une droite

Définition : (D) est une droite et A un point. On appelle distance d'un point A à une droite (D), la distance entre le point A et le point A' de la perpendiculaire à (D) passant par A.

La distance du point A à la droite (D) est égale à AA'

La distance du point B à la droite (D) est égale à O car le point appartient à (D)

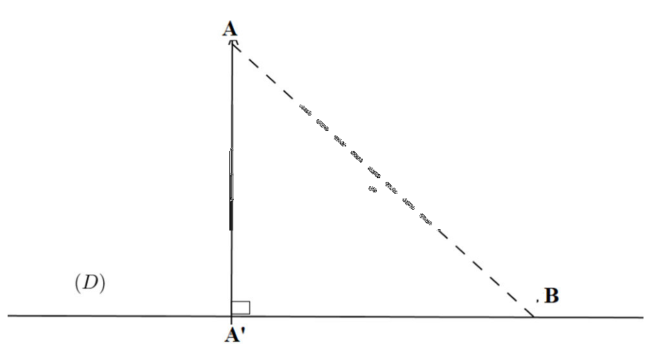


Figure 1.

<u>Remarque</u> : la distance entre un point A et une droite (D) est la longueur du plus court chemin qui va du point A à la droite (D)

<u>Exemple :</u> ABC est un triangle rectangle en B tel que AB=2,5cm et BC=6cm. La médiatrice du segment [BC] coupe (BC) en E et (AC) en D.

La distance du point A à la droite (BC) est égale à 2,5cm.
La distance du point C à la droite (AB) est égale à 6cm.
La distance du point D à la droite (AB) est égale à 3cm car la médiatrice du segment [AB] passe par D.
La distance du point D à la droite (BC) est égale à 1,25cm.

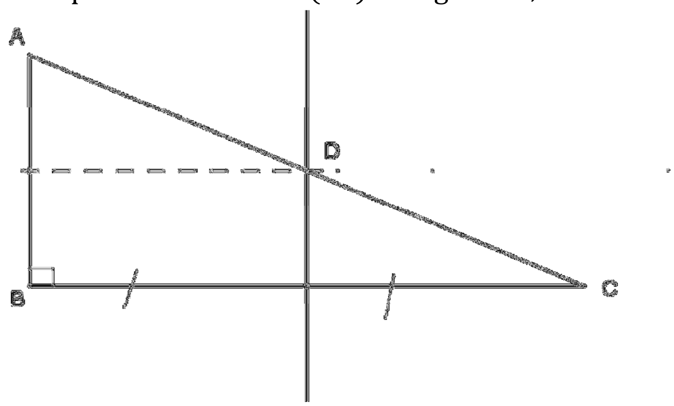


Figure 2.

<u>Séquence 21 :</u> **Distance de deux droites parallèles, axe médian de deux droites parallèles.**

<u>Objectif :</u> Déterminer la distance de deux droites parallèles

<u>Retenons</u> : la distance entre deux droites parallèles est la distance d'un point de l'une des droites à l'autre droite.

AA' est la distance entre les droites parallèles (D) et (D)'

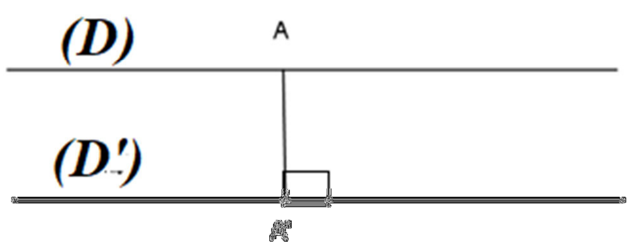


Figure 3.

<u>Exemple</u> : ABC est un triangle équilatéral de côté 3cm. (D) est la médiatrice du segment [AB] et (D’) la parallèle à (D) passant par B. la distance de la droite (D) à la droite (D’) est égalé à 1,5cm, car (D)//(D’) et (D) passe par le milieu de [AB].

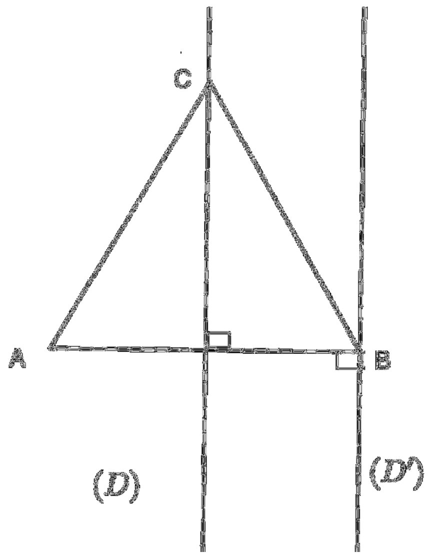


Figure 4.

<u>Séquence 22</u>: Axe médian de deux droites parallèles

<u>Objectif :</u> Construire l’axe médian de deux droites parallèles

<u>Définition</u> : on appelle axe médian de deux droites parallèles (L) et (L’), la médiatrice du segment [AB] où A est un point de (L) et B le point pied de la perpendiculaire à (L’) issue de A.

L’axe médian de deux droites parallèles est l’ensemble des points équidistants de ces deux droites.

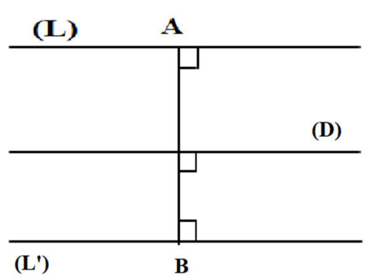


Figure 5.

Séquence 23 : Point équidistant de deux droites parallèles

Propriétés :

1- si un point appartient à l'axe médian de deux droites parallèles alors il est équidistant de ces deux droites.

(L) et (L') sont deux droites parallèles et (D) l'axe médian de (L) et (L'). Si B appartient (D) alors la distance de B à (L) est égale à la distance de B à (L')

2- si un point est équidistant de deux droites parallèles alors il appartient à l'axe médian de ces deux droites parallèles.

Séquence 24 : Deux points équidistants de deux droites sécantes.

Objectif : Construire un point équidistant de deux droites sécantes

- Cas de la bissectrice d'un angle.

Propriétés : si un point est situé sur la bissectrice d'un angle, alors il est équidistant aux supports de côtés de cet angle.

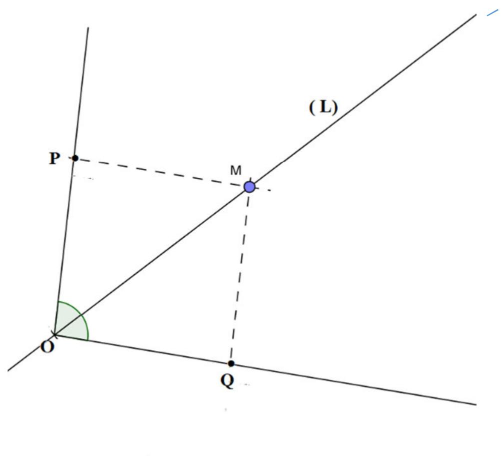


Figure 6.

Si un point est situé à égale distance des côtés d'un angle, alors ce point appartient à la bissectrice de cet angle.

Séquence 25 : Axes de symétrie de la figure formée par deux droites sécantes.

Objectif : Utiliser les propriétés de droites sécantes

Propriétés : Les bissectrices de deux angles adjacents formés par deux droites sécantes sont perpendiculaires. Les bissectrices de deux angles adjacents formés par deux droites sont des axes de symétrie pour la figure formée par ces deux droites.

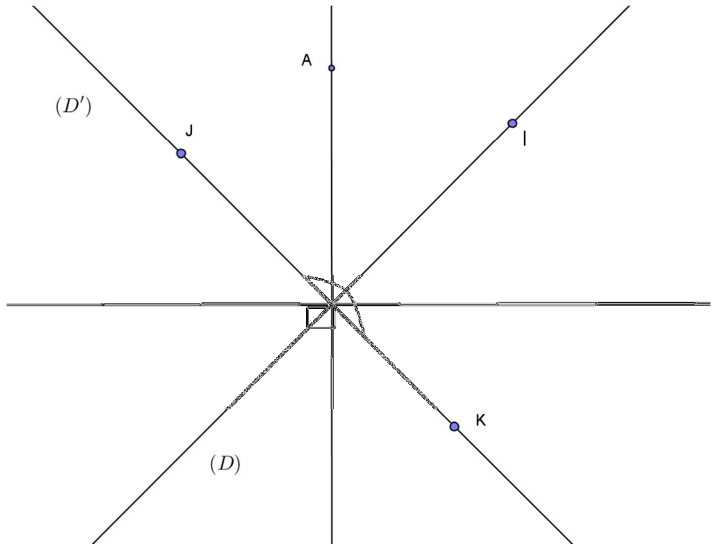


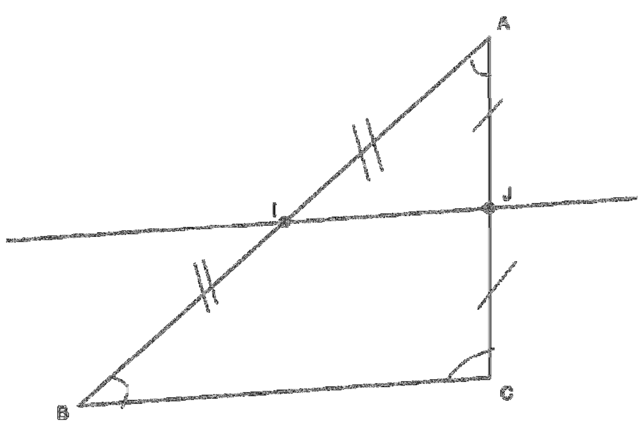
Figure 7.

<u>Séquence 26</u>: **Droite des milieux d'un triangle.**

<u>Objectif :</u> Utiliser la propriété de la droite des milieux d'un triangle.

<u>Propriétés :</u> Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de côtés, alors :

- ✓ Elle est parallèle au support du troisième coté,
- ✓ La longueur du segment qui joint les milieux des deux côtés est égale à la moitié de la longueur du troisième



IJ) // (BC) et $IJ = \frac{1}{2} BC$

C'est-à-dire $2\ IJ = BC$

Figure 8.

Méthode : pour montrer que deux droites sont parallèles, on peut montrer que l'une de ces droites passe par les milieux de deux cotés d'un triangle dont le troisième coté a pour support la deuxième droite.

Séquence 27 : Droite passant par le milieu d'un côté d'un triangle et parallèle au support d'un autre.

Objectifs : Utiliser la propriété de la droite de milieux d'un triangle, pour montrer que :

- Deux droites sont parallèles
- Un point est le milieu d'un côté d'un triangle

Propriété : si une droite passe par le milieu d'un côté et parallèle au support d'un deuxième coté, alors elle coupe le troisième coté en son milieu.

I est le milieu de [AB]
(IJ) // (BC), alors J est le milieu de [AC]

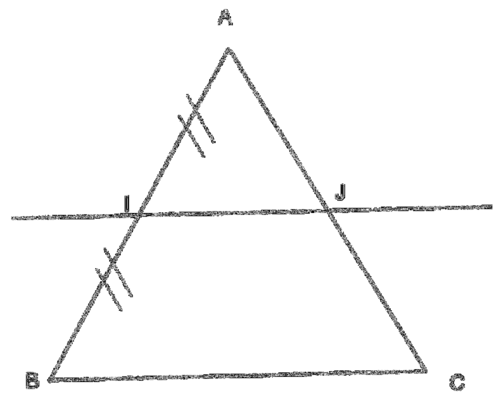


Figure 9.

Méthode : pour montrer qu'un point est milieu d'un segment, on peut utiliser une droite // à l'un des supports d'un coté qui passe par le milieu de l'un des côtés d'un triangle.

Triangles et droites.

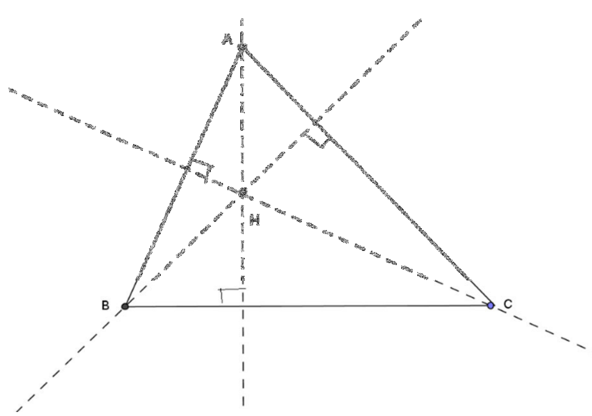
- Droites particulières d'un triangle ;
- Droites particulières d'un triangle isocèle et équilatéral.

Séquence 28 : Hauteurs et l'orthocentre d'un triangle.

Objectif : Construire et reconnaitre l'orthocentre d'un triangle.

Définition : les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point appelé **orthocentre** du triangle.

Si tous les angles du triangle ABC sont aigus, alors l'orthocentre se trouve à l'intérieur du triangle ABC.



gure 1.

- Si ABC admet un angle obtus, alors l'orthocentre se trouve à l'extérieur du triangle.

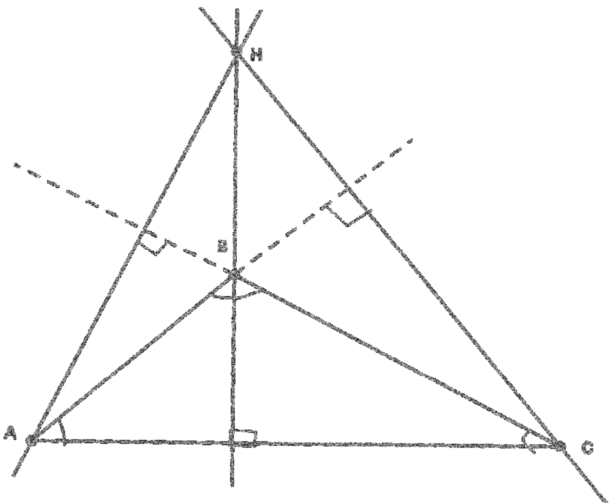


Figure 2.

- Si ABC admet un angle droit, alors l'orthocentre se trouve sur le triangle (confondu sommet B)

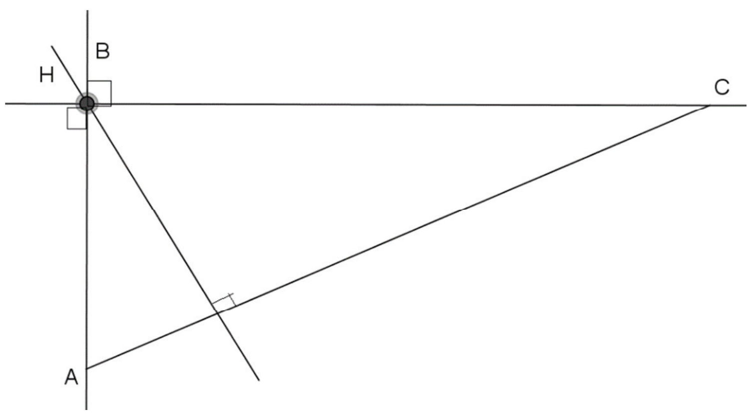


Figure 3

Remarque : l'orthocentre est confondu au point B

Séquence 29 : **Le centre du cercle inscrit dans un triangle.**

Objectifs : Construire le cercle inscrit dans un triangle

Propriétés : Les bissectrices des angles d'un triangle sont sécantes ; le cercle qui a pour centre le point de rencontre de toutes les bissectrices des angles d'un triangle, est appelé **cercle inscrit** dans ce triangle.

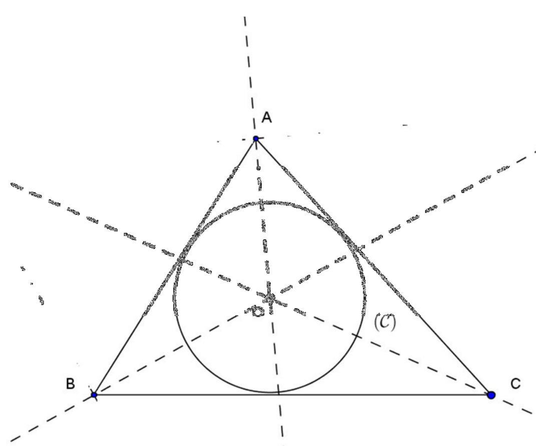


Figure 4

(C) est le cercle inscrit dans le triangle ABC

Séquence 30 : **Le centre de gravité**

Objectif : Construire le centre de gravité d'un triangle.

Propriétés : une médiane dans un triangle est la droite passant par un sommet du triangle et par le milieu du côté opposé à ce sommet. Les trois médianes dans un triangle sont concourantes. Le point commun aux trois médianes d'un triangle est le centre de gravité de ce triangle. Il est situé au tiers de chaque médiane à partir de la base correspondante et aux deux tiers à partir du sommet.

ABC est un triangle

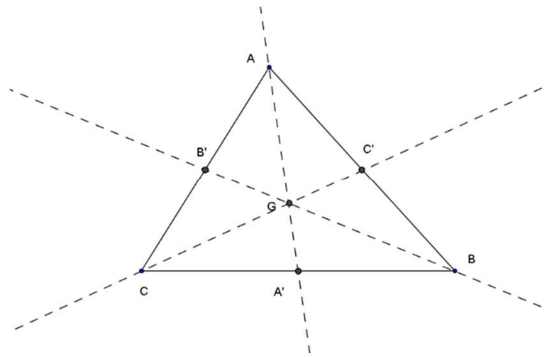


Figure 5

$GA' = \frac{1}{3} AA'$ et $AG = \frac{2}{3} AA'$
$GB' = \frac{1}{3} BB'$ et $BG = \frac{2}{3} BB'$
$GC' = \frac{1}{3} CC'$ et $CG = \frac{2}{3} CC'$

$GA' = \frac{1}{2} AG$; $GB' = \frac{1}{2} BG$ et $GC' = \frac{1}{2} CG$

Remarque : dans un triangle isocèle, le centre de gravité, le centre du cercle inscrit, le centre du cercle circonscrit et l'orthocentre sont alignés sur l'axe de symétrie de ce triangle.

Dans un triangle équilatéral, le centre de gravité, le centre du cercle inscrit, le centre du cercle circonscrit et l'orthocentre sont confondus.

Séquence 31 : Médiatrice, médiane, bissectrice et hauteur dans un triangle isocèle

Objectif : Démontrer qu'un triangle est isocèle ou équilatéral

Propriété : L'axe de symétrie d'un triangle isocèle ABC est à la fois la médiatrice de sa base, la bissectrice de l'angle au sommet principal, la hauteur et la médiane passant aussi par son sommet principal.

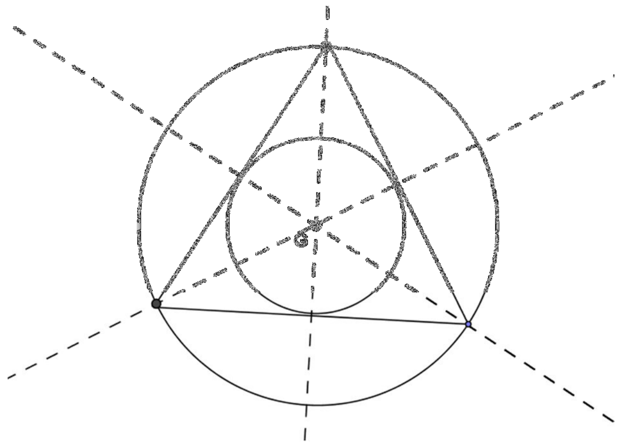


Figure 7

Séquence 32 : Reconnaissance d'un triangle isocèle.

Objectif : Reconnaitre un triangle isocèle.

Propriété 1 : Dans un triangle, si une droite est à la fois bissectrice et médiane alors ce triangle est isocèle.

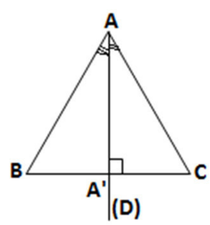


Figure 8

Propriété 2 : Dans un triangle, si une droite est à la fois bissectrice et hauteur alors ce triangle est isocèle.

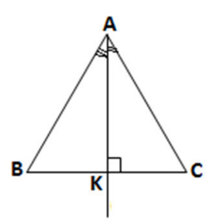
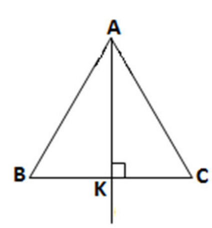


Figure 9

Propriété 3 : Dans un triangle, si une droite est à la fois hauteur et médiane alors ce triangle est isocèle.

Figure 10



Propriétés métriques d'un triangle

- Propriété de Pythagore et sa réciproque
- CERCLES ET DROITES : positions relatives d'une droite et d'un cercle, de deux cercles

Objectifs :

- ✓ Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle en utilisant la propriété de Pythagore ;
- ✓ Démontrer qu'un triangle est rectangle en utilisant la réciproque de la propriété de la propriété de Pythagore ;
- ✓ Calculer la longueur de la hauteur issue du sommet de l'angle droit.

Séquence 33: Propriété directe de Pythagore.

Objectif : Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle.

Propriété : Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse

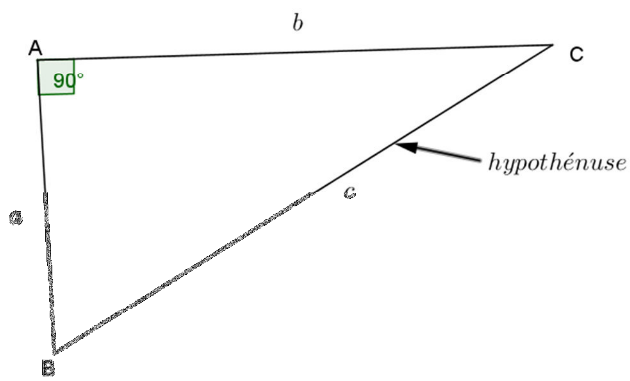


Figure 1

$$\boxed{c^2 = a^2+b^2}$$

Exemple : pour chacun des triangles suivants, calcule tout en ayant précisé la propriété utilisée, la longueur du troisième coté.

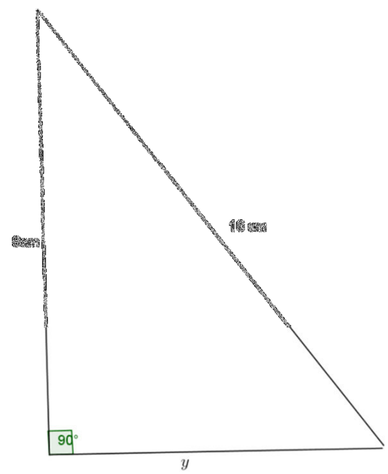


Figure 2

$$10^2 = 8^2 + y^2$$

$$10^2 - 8^2 = y^2$$

$$36 = y \times y \text{ donc } y = 6$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
10	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
20	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
30	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
40	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
50	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
60	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
70	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
80	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
90	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Table des carrés de 1 à 99

A l'aide de cette table, on peut calculer les différentes longueurs des côtés du triangle rectangle.

NB : Chaque fois que l'on doit déterminer la valeur approchée d'un nombre positif dont le carré est connu, on peut utiliser la touche portant le symbole √ de la calculatrice.

Séquence 34 : Réciproque de la propriété de Pythagore.

Objectif : Démontrer qu'un triangle est rectangle.

Propriété : Si dans un triangle le carré d'un côté est égal à la somme des carrés de deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

Exemple : montrons que le triangle ABC tel que AB = 6, BC = 10 et AC = 8 est rectangle.

Le plus long coté de ABC est le segment [BC]. D'après la propriété de Pythagore, on écrit $BC^2 = AC^2 + AB^2 \Rightarrow 10^2 = 8^2 + 6^2$ alors $100 = 64 + 36$, vrai

ABC est un triangle rectangle en A.

Séquence 35 : Autre relation métrique dans un triangle rectangle.

Objectif : Calculer la longueur de la hauteur issue du sommet de l'angle droit.

Propriété : dans un triangle rectangle, le produit des longueurs des côtés de l'angle droit est égal au produit de la longueur de l'hypoténuse par celle de la hauteur issue du sommet de l'angle droit. On peut écrire :

$$a \times h = b \times c$$

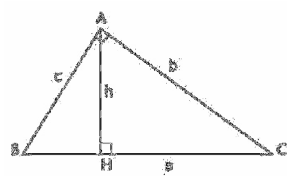


Figure 3

Cercles et droites : positions relatives d'une droite et d'un cercle, de deux cercles.

Séquence 36 : Position relative d'une droite par rapport à un cercle.

Objectif : Déterminer les positions relatives d'un cercle et d'une droite.

Propriété : Soit (C) un cercle de centre A et de rayon R et (D) une droite du plan, on note AH la distance du point A à la droite (D).

- Si AH > R, alors $(\mathcal{C})$et (D) n'ont aucun point commun.

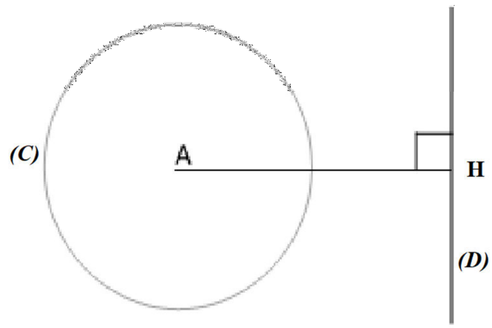


Figure 4

- Si la droite (D) et le cercle ($\mathcal{C}$) n'ont aucun point commun, alors AH $>$ R.
  La droite (D) et le cercle (C) sont dits disjoints

Séquence 37 : Positions relatives d'une droite par rapport à un cercle.

Objectif : Déterminer les positions relatives d'une droite par rapport à un cercle

Propriété : Si AH =R, alors (C) et (D) ont un seul point commun.

Si la droite (D) et le cercle (C) ont un seul point commun, alors AH=R.

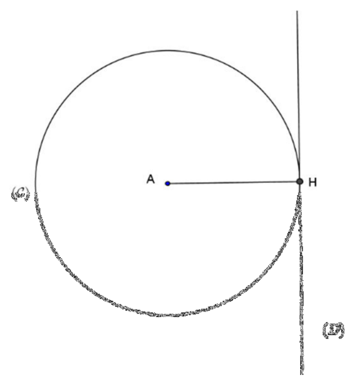


Figure 5

La droite (D) et cercle (C) sont dits tangents en A

Séquence 38 : Position relative d'une droite par rapport à un cercle suite.

Objectif : Déterminer les positions relatives d'une droite par rapport à un cercle

Propriété : Si AH<R, alors (C) et (D) ont deux points communs

- Si la droite (D) et le cercle ont deux points communs, alors AH<R.

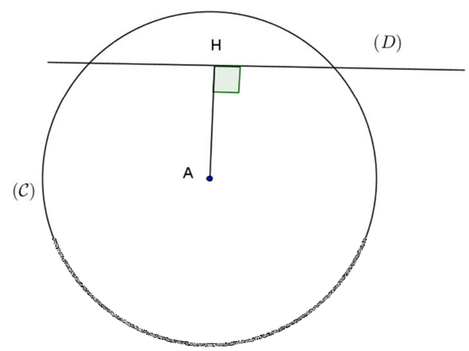


Figure 6

La droite (D) et le cercle (C) sont dits sécants.

Séquence 39 : Tangente à un cercle en un point.

Objectif : Construire la tangente à un cercle

Propriété : soit (C) un cercle de centre O et soit A un point de ce cercle. On appelle tangente en A au cercle (C) la droite passant par A et perpendiculaire à (OA).

La droite (D) est la tangente à (C) en A.

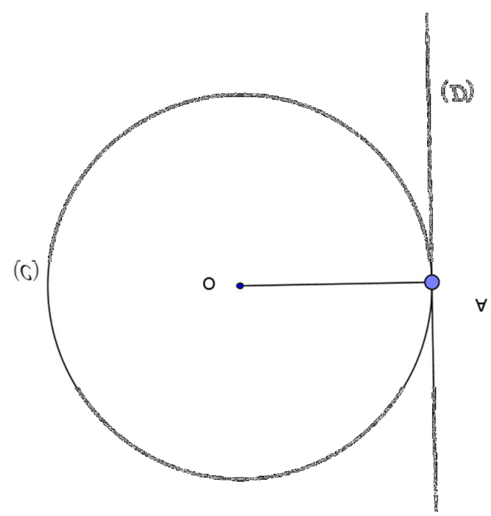


Figure 7

- Par un point M extérieur à un cercle (C), on peut tracer deux droites tangentes à (C) et deux seulement.
  Les droites (T) et (T') sont les tangentes au cercle (C) passant par M.

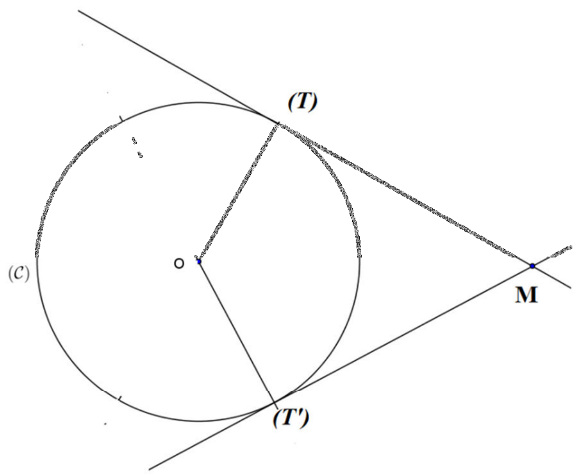


Figure 8

Séquence 40 : Positions relatives de deux cercles.

Objectif : Déterminer les positions relatives de deux cercles en comparant la somme des rayons, la différence des rayons et la différence entre les deux centres de deux cercles.

Propriétés : (C) est le cercle de centre O et de rayon r, (C') est un cercle de centre o' et de rayon r' tels que : r'< r.

- Si OO'< r-r' ou OO'> r+r' alors (C) et (C') n'ont aucun point commun.

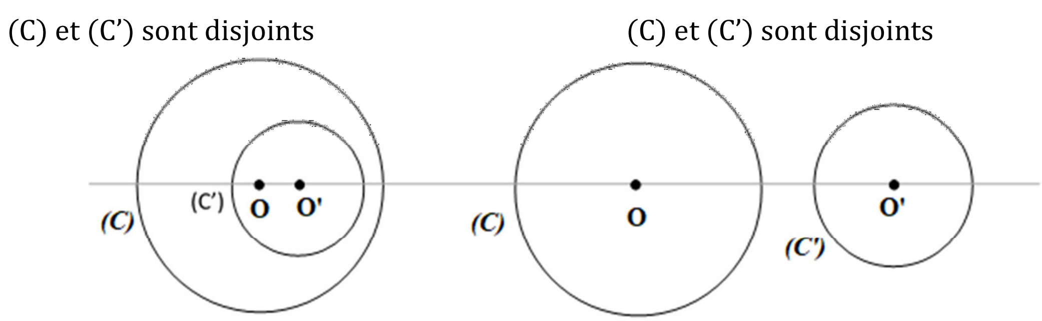


Figure 9

- Si (C) et (C') n'ont aucun point commun, alors OO'<r-r' ou OO'>r+r'.

Séquence 41 : Deux cercles tangents intérieurement et extérieurement.

Objectif : Reconnaitre deux cercles tangents.

Propriété : Si OO'=r-r' ou OO'=r+r', alors (C) et (C') ont un seul point commun et un seul.

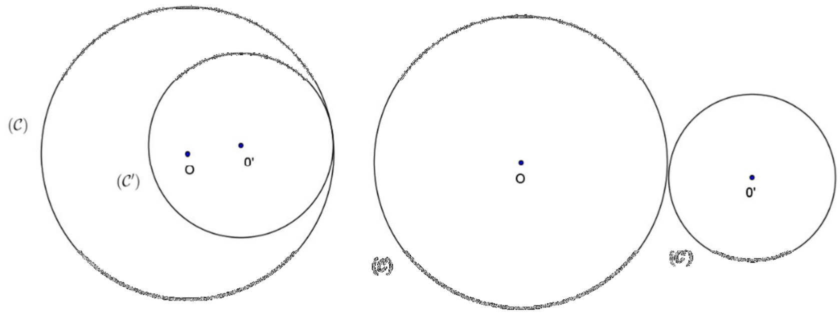


Figure 10

(C) et (C’) sont tangents intérieurement

(C) et (C’) sont tangents extérieurement

- Si (C) et (c’) ont un point commun et un seul, alors OO’=r-r’ ou OO’= r+r’
- Si r-r’<OO’<r+r’, alors (C) et (C’) ont deux points communs.

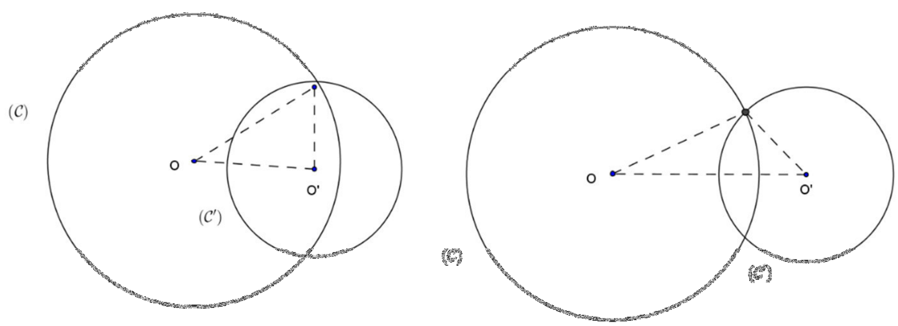


Figure 11

(C) et (C’) sont sécants

(C) et (C’) sont sécants

Si (C) et (C’) sont sécants ont deux points communs, alors r-r’<OO’<r+r’.

Angle au centre d’un cercle et polygones réguliers.

Séquence 42 : Angle au centre et arc intercepté par un angle au centre.

Objectif : Reconnaitre un angle au centre.

Définitions : Soit (C) un cercle de centre de O.

1. On appelle angle au centre d'un cercle, un angle qui a pour sommet le centre de ce cercle.

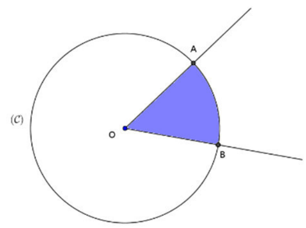


Figure 1

2. L'arc $\widehat{AB}$ situé entre les côtés de l'angle aigu $\widehat{AOB}$ est appelé arc intercepté par un angle au centre.

Séquence 43 : Construire un angle au centre de mesure donnée.

Définition : La partie du cercle contenant A' et d'extrémités A et B est appelée l'arc de cercle d'extrémités A et B contenant A'. On le note :$\overset{\smile}{AB}$.

On dit que l'angle $\widehat{AOB}$ intercepte l'arc $\widehat{AB}$ alors que l'arc $\overset{\smile}{AB}$ n'est pas intercepté par le même angle $\widehat{AOB}$.

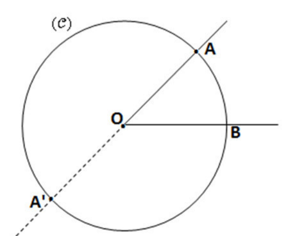


Figure 2

Remarque : Deux rayons d'un cercle définissent deux secteurs circulaires.

Séquence 44 : Calcul de la longueur d'un arc de cercle

Objectif : Calculer la longueur d'un arc.

Propriété : La longueur d'un arc de cercle est proportionnelle à la mesure de l'angle au centre qui l'intercepte.

Règle : $(\mathcal{C})$ est un cercle de centre O et rayon r

On a : $\boxed{\text{Longueur de } \overset{\smile}{AB} = 2\pi r - \text{longueur de}}\ \widehat{AB}$

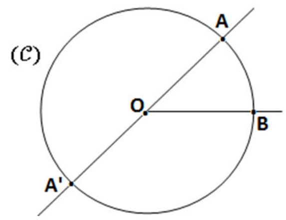


Figure 3

La longueur de l'arc $\widehat{AB}$ interceptée par l'angle au centre $\widehat{AOB}$ est donnée par les formules suivantes :

- Si mes$\widehat{AOB}$ est en radians, alors longueur de $\widehat{AB}$= $r \times mes\widehat{AOB}$
- Si mes$\widehat{AOB}$ est en degré alors longueur de $\widehat{AB}$= $\pi r \times\ mes\widehat{AOB}/180°$

Exemple : *Deux points A et B définissent sur un cercle (C) de centre O et de rayon 5cm tel que* $mes\widehat{AOB}\ = 30°$*. Calculons la longueur de chacun des arcs* $\widehat{AB}$ *et* $\overset{\smile}{AB}$

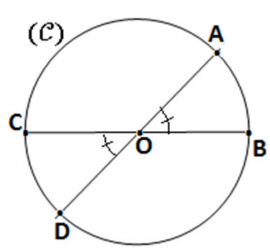
Longueur de $\widehat{AB}$*=3.14x5x30°/180°=2.61cm*

Longueur de $\overset{\smile}{AB}$ *=2x3.14x5-2.61=28.79cm.*

<u>Séquence 45 :</u> Egalité de mesures d'angles au centre ou de longueur d'arcs

<u>Objectif :</u> Utiliser les propriétés de proportionnalités entre la longueur d'un arc de cercle et la mesure de l'angle au centre qui l'intercepte pour démontrer : une égalité d'angle au centre, une égalité de longueur d'arc et une égalité de longueur de corde.

<u>Propriétés 1 :</u> Dans un cercle, si deux angles au centre ont la même mesure ; alors ils interceptent deux arcs de même longueur.



si mes$\widehat{AOB}$=mes$\widehat{COD}$

alors longueur de $\widehat{AB}$= longueur de $\overset{\frown}{CD}$

Figure 4

Propriété 2 : Dans un cercle, si deux arcs ont la même longueur, alors ils sont interceptés par deux angles au centre de même mesure.

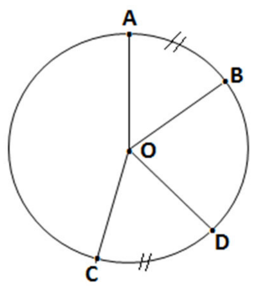


Figure 5

si longueur $\widehat{AB}$ = longueur $\widehat{CD}$

Alors mes$\widehat{AOB}$=mes$\widehat{COD}$

Séquence 46 : Cordes et arcs de cercles.

Objectif : Identifier une corde sous-tendant un arc et un arc sous-tendu par une corde.

Propriété 1 : Dans un cercle si deux arcs ont la même longueur alors les deux cordes qui les sous-tendent ont la même longueur.

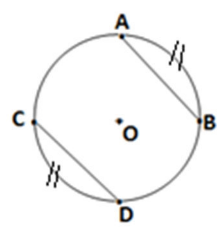


Figure 6

si longueur $\widehat{AB}$ = longueur $\widehat{CD}$

Alors AB = CD

Propriété 2 : Dans un cercle, si deux cordes ont la même longueur, alors elles sous-tendent deux arcs de même longueur.

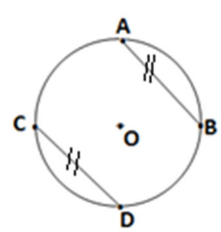


Figure 7

si $AB = CD$

Alors longueur $\widehat{AB}$ = longueur $\widehat{CD}$

Séquence 47 : Polygones réguliers.

Objectif : Définir un polygone régulier.

Définition : On appelle polygone régulier tout polygone inscrit dans un cercle et ayant ses côtés de même longueur.

Vocabulaires : Polygone, polygone concave, convexe et polygones réguliers (pentagone, Hexagone, heptagone, octogone ; etc.)

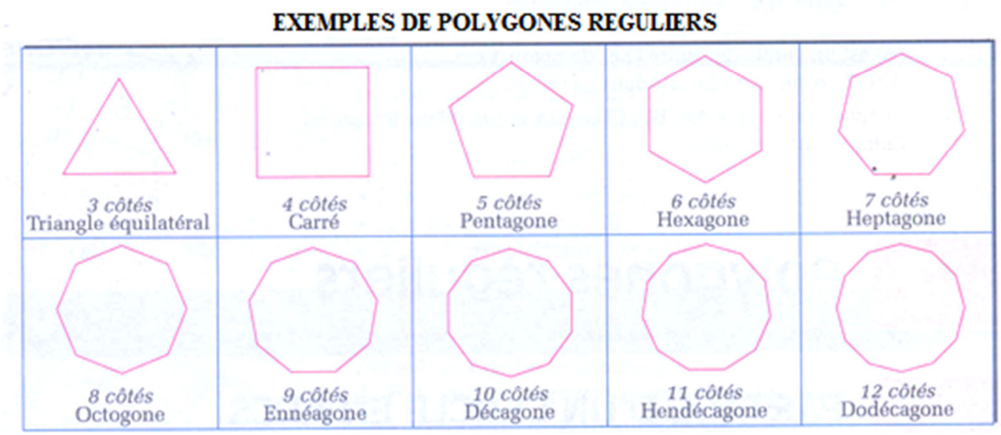


Figure 8

Séquence 48 : Construction d'un polygone régulier en utilisant un angle au centre.

Objectif : construire un polygone régulier en utilisant un angle au centre

Propriétés : Méthode de construction d'un polygone régulier ayant n côtés

Pour construire un polygone régulier ayant n côtés inscrit dans un cercle :

1) on construit un cercle de centre O ;
2) on partage ce cercle en n angles au centre adjacents de même mesure α. Pour cela, on détermine la mesure commune des angles au centre adjacents en effectuant le calcul. $\alpha = \frac{360°}{n}$. (n étant le nombre de cotés.) les points de rencontre des cotés de ces angles avec le cercle sont les sommets du polygone.

3. On obtient le polygone régulier recherché en traçant les cordes sous- tendant les arcs interceptés par les angles au centre.

Exercices d'entrainement de la compétence de base 1 du premier trimestre

Exercice 1

a) Décompose en un produit de facteurs premiers les deux nombres entiers naturels a et b suivants : a =360 et b = 8100.

b) Calcule le produit des facteurs premiers des deux décompositions, chaque facteur commun étant affecté du plus grand exposant.

c) Que représente ce résultat pour les nombres a et b ?

Exercice 2

a) Décompose en un produit de facteurs premiers les deux nombres entiers naturels a et b suivants : a =560 et b = 1050.

b) Calcule le produit des facteurs premiers communs aux deux décompositions, chaque facteur étant affecté du plus petit exposant.

c) Ce résultat obtenu divise-t-il a et b ? Comment l'appelle-t-on ?

Exercice 3

a) Calcule : $\frac{3}{5}+\frac{5}{4}$; $\frac{5}{7}-\frac{2}{3}$.
b) Explique la procédure utilisée pour effectuer la somme et la différence des fractions.

Exercice 4

Calcule et simplifie le résultat :

a) $\frac{11}{15}+\frac{2}{3}$; b) $\frac{5}{6}-\frac{3}{4}$; c) $\frac{3}{20}+\frac{2}{5}$; d) $\frac{26}{12}$ - $\frac{3}{18}$.

Exercice 5

Calcule les quotients des fractions suivantes :

a) $\frac{5}{3} \div \frac{2}{7}$; b) $5 \div \frac{4}{13}$; c) $\frac{4}{-15} \div \frac{8}{-3}$; d) $\frac{6}{17} \div \frac{3}{5}$.

Exercice 6 Calcule : $\left(\frac{3}{7}\right)^2$; $\left(\frac{2}{3}\right)^4$; $\left(\frac{1}{2}\right)^5$; $\left(\frac{-2}{5}\right)^3$.

Exercice 7 a) Calcule $\frac{2}{3}$ x $\frac{2}{3}$ x $\frac{2}{3}$ x $\frac{2}{3}$ x $\frac{2}{3}$ puis $\frac{2^5}{3^5}$ b) Calcule $\frac{-3}{4}$ x $\frac{-3}{4}$ x $\frac{-3}{4}$ puis $\frac{(-3)^3}{4^3}$ c) Que remarques-tu ?

Exercice 8 Après le décès de leur père, Kader, Daniel et André procèdent au partage des 75 bœufs de leur père défunt. Kader reçoit les $\frac{7}{15}$ des bœufs, Daniel reçoit les $\frac{4}{5}$ de la part de Kader et André reçoit le reste. Quelle est la part de chaque enfant ?

Exercice 9

a) Calcule : 10×10 ; $10 \times 10 \times 10$; $10 \times 10 \times 10 \times 10$.
b) Ecris les nombres suivants sous forme de produit de facteurs égaux à 10 :
10^2 ; 10^3 ; 10^4 .
c) Combien comptes-tu de zéros dans le calcul de : 10^2 ; 10^3 ; 10^4 ?
d) Calcule : $0{,}1 \times 0{,}1$; $0{,}1 \times 0{,}1 \times 0{,}1$; $0{,}1 \times 0{,}1 \times 0{,}1 \times 0{,}1$.
e) Ecris les nombres suivants sous forme de produit de facteurs égaux à 0,1:
10^{-2} ; 10^{-3} ; 10^{-4}.
f) Combien comptes-tu de chiffres après la virgule dans le calcul de :
10^{-2} ; 10^{-3} ; 10^{-4}.

Exercice 10 Calcule le produit des nombres suivants : -8×10^2 et $5{,}3 \times 10^5$; 7×10^{-5} et $\frac{3}{14} \times 10^2$; $2{,}3 \times 10^6$ et $0{,}17 \times 10^2$; $1{,}45 \times 10^3$ et $2{,}4 \times 10^{-2}$.

Exercice 11 L'unité de longueur est le cm.

a) Trace une droite graduée (D) de repère (O, I).
b) Place sur cette droite graduée les points A, B, C, D et E d'abscisses respectives $\frac{1}{2}$; $\frac{9}{4}$; $\frac{17}{5}$; $\frac{25}{6}$; $\frac{36}{7}$.
c) Place sur cette même droite graduée (D) les points A', B', C', D' et E' symétriques respectifs des points A, B, C, D et E par rapport au point O.
d) Quelle est l'abscisse de chacun des points A', B', C', D' et E' ?

Exercice 12 : a) Simplifie chacun des nombres rationnels suivants : $\frac{36}{-150}$; $-\frac{18}{24}$; $-\frac{35}{56}$; $\frac{120}{-160}$; $\frac{-16}{-48}$; $\frac{-210}{441}$.

b) Compare les nombres rationnels suivants : $\frac{5}{4}$ et $\frac{4}{5}$; $-\frac{15}{16}$ et $-\frac{16}{15}$; $-\frac{1}{27}$ et $-0{,}2$; $-\frac{13}{12}$ et $-\frac{121}{137}$; $-\frac{1}{12}$ et $-\frac{4}{5}$.

Exercice 13 :

1) Simplifie les nombres rationnels suivants : $\frac{2^2\times3^2\times7}{2\times3^4\times5}$; $\frac{2^4\times3^5\times5^2}{2^5\times3^4\times5^3\times7}$; $\frac{36}{24}$; $\frac{63}{42}$; $\frac{72}{48}$; $\frac{750}{850}$; $\frac{100}{144}$; $\frac{-99}{44}$; $\frac{-81}{45}$.

2) Compare les nombres rationnels suivants : $\frac{5}{4}$ et $\frac{4}{5}$; $-\frac{11}{12}$ et $-\frac{12}{11}$; $-\frac{13}{12}$ et $-\frac{121}{137}$; $\frac{1}{12}$ et $\frac{4}{5}$; $\frac{-1}{7}$ et $\frac{1}{-9}$; $\frac{1}{12}$ et 0,2.

Exercice 14 Calcule les produits suivants : $A = \frac{4}{9} \times \frac{5}{7}$; $B = \frac{12}{7} \times \frac{14}{6}$; $C = \frac{77}{65} \times \frac{13}{11} \times \frac{10}{14}$;

$D = \frac{4}{42} \times \frac{8}{7} \times \frac{14}{15} \times \frac{75}{81}$; $E = \left(\frac{-3}{4}\right) \times \left(\frac{12}{-5}\right) \times \left(\frac{-25}{6}\right)$.

Exercice 15 Effectue les opérations suivantes : $A = \left(\frac{11}{12} : \frac{33}{16}\right) \times \frac{3}{5}$; $B = \left(\frac{2}{7} : \frac{5}{4}\right) \times \left(\frac{5}{8} : 2\right)$; $C = \left(\frac{11}{15} \times \frac{35}{44}\right) : \left(\frac{1}{7} \times \frac{4}{13}\right)$.

Exercices types de la compétence de base 1 du premier trimestre et corrigés

Enoncé 1

1) Calcule le PPCM des nombres suivants : 5400 et 6200 ; 60, 80 et 88 ; 130 et 190
2) Calcule le PGCD des nombres suivants : 126 et 132 ; 644 et 840
3) Ecris l'ensemble A des diviseurs de 300 et l'ensemble B des diviseurs de 630. Déduis-en le PGCD de 300 et 630.
4) En calculant le PGCD des deux termes de chacune des fractions suivantes, remplace chacune d'elle par une fraction irréductible : $\frac{120}{280}$; $\frac{432}{450}$; $\frac{525}{650}$.

Corrigé de l'énoncé 1

1) Calculons le PPCM de 5400 et 6200 ; 60 ; 80 et 88 ; 130 et 190.

Décomposons en produit des facteurs premiers de ces nombres.

- $5400 = 2^3 \times 3^3 \times 5^2$ et $6200 = 2^3 \times 5^2 \times 31 \Rightarrow$ **PPCM (5400 ; 6200)** $= 2^3 \times 3^3 \times 5^2 \times 31$
- $60 = 2^2 \times 3 \times 5$; $80 = 2^4 \times 5$ et $88 = 2^3 \times 11 \Rightarrow$ **PPCM (60 ; 80 ; 88)** $= 2^4 \times 3 \times 5 \times 11$
- $130 = 2 \times 5 \times 13$ et $190 = 2 \times 5 \times 19 \Rightarrow$ **PPCM (130 ;190)** $= 2 \times \mathbf{5} \times \mathbf{13} \times \mathbf{19}$

2) Calculons le PGCD (126 ; 132) et PGCD (644 ; 840)

- $126 = 2 \times 3^2 \times 7$ et $132 = 2^2 \times 3 \times 11 \Rightarrow$ **PGCD (126 ; 132)** $= 2 \times \mathbf{3}$
- $644 = 2^2 \times 7 \times 23$ et $840 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7 \Rightarrow$ **PGCD (644 ; 840)** $= 2^2 \times \mathbf{7}$

3) Ecrivons l'ensemble A de diviseurs de 300 et l'ensemble B de diviseurs de 630. On sait que : 300 comptes 18 diviseurs et 630 en a 24. On note A_{300} et B_{630} les 2 ensembles de diviseurs.

$A_{300} = \{1,2,3,4,5,6,10,12,15,20,25,30,50,60,75,100,150,300\}$

$B_{630} = \{1,2,3,5,6,7,9,10,14,15,18,21,30,35,42,45,63,70,90,105,126,210,315,630\}$

Déduction du **PGCD (300 ; 630) =30**

4) Utilisons le PGCD des 2 termes d'une fraction pour simplifier

$\frac{120}{280}$, alors PGCD (120 ; 280) =40 $\Rightarrow \frac{120}{280} = \frac{120:40}{280:40} = \frac{3}{7}$

$\frac{432}{450}$, alors PGCD (432 ; 450) =18 $\Rightarrow \frac{432}{450} = \frac{432:18}{450:18} = \frac{24}{25}$

$\frac{525}{650}$, alors PGCD (525 ; 650) =25 $\Rightarrow \frac{525}{650} = \frac{525:25}{650:25} = \frac{21}{26}$

Enoncé 2

1) Effectue les calculs suivants et donne le résultat sous forme d'une fraction ou de l'opposé d'une fraction irréductible :
   A= $\left(\frac{7}{3}+\frac{9}{4}\right)-\left(\frac{1}{2}+1\right)$; B = $\left(3-\frac{7}{5}+\frac{3}{10}\right)$ - $\left(\frac{7}{12}-\frac{1}{3}\right)$ C= $\frac{-2}{7}+\frac{5}{21}$; D = $\frac{5}{3}$- $\frac{1}{2}$ - $\frac{7}{4}$
2) Effectue les opérations suivantes :
   $(\frac{6}{7}+\frac{3}{8})\times \frac{14}{23}$; $(\frac{35}{18}+\frac{4}{9})\times \frac{27}{11}$; $\frac{7}{8}-\frac{5}{6}$; $\frac{30}{45}-\frac{98}{56}+\frac{21}{35}$.

Corrigé de l'énoncé 2

1) Effectuons A= $(\frac{7}{3}+\frac{9}{4})$ - $(\frac{1}{2}+1)$

A= $(\frac{28+27}{12})$- $(\frac{1+2}{2})$= $\frac{55}{12}-\frac{3}{2}=\frac{55}{12}-\frac{18}{12}\Rightarrow$ A= $\mathbf{\frac{37}{12}}$

B= $(3-\frac{7}{5}+\frac{3}{10})$ - $(\frac{7}{12}-\frac{1}{3})$= $(\frac{30}{10}-\frac{14}{10}+\frac{3}{10})$ - $(\frac{7}{12}-\frac{4}{12})$

$=\frac{19}{10}-\frac{3}{12}=\frac{19}{10}-\frac{1}{4}=\frac{38}{20}-\frac{5}{20}=\frac{33}{20}\Rightarrow$ B= $\mathbf{\frac{33}{20}}$

C= $\frac{-2}{7}+\frac{5}{21}=\frac{-6}{21}+\frac{5}{21}=\frac{-6+5}{21}=\frac{-1}{21}\Rightarrow$ C= $\mathbf{\frac{-1}{21}}$

D= $\frac{5}{3}-\frac{1}{2}-\frac{7}{4}=\frac{20}{12}-\frac{6}{12}-\frac{21}{12}=\frac{20-27}{12}=\frac{-7}{12}\Rightarrow$ D= $\mathbf{\frac{-7}{12}}$

2) Effectuons les opérations suivantes :

- $(\frac{6}{7}+\frac{3}{8})\times\frac{14}{23}=\left(\frac{48+21}{56}\right)\times\frac{14}{23}=\frac{69}{56}\times\frac{14}{23}=\frac{3\times7}{28\times1}=\mathbf{\frac{21}{28}}$
- $(\frac{35}{10}+\frac{4}{9})\times\frac{27}{11}=\left(\frac{315}{90}+\frac{40}{90}\right)\times\frac{27}{11}=\frac{355}{90}\times\frac{27}{11}=\frac{71\times3}{2\times11}=\mathbf{\frac{213}{22}}$
- $\frac{7}{8}-\frac{5}{6}=\frac{7\times3}{24}-\frac{5\times4}{6\times4}=\frac{21-20}{24}=\mathbf{\frac{1}{24}}$
- $\frac{30}{45}-\frac{98}{56}+\frac{21}{35}=\frac{6}{9}-\frac{49}{28}+\frac{21}{35}=\frac{6\times140}{9\times140}-\frac{49\times45}{28\times45}+\frac{21\times36}{35\times36}=\frac{30}{45}-\frac{98}{56}+\frac{21}{35}=\mathbf{\frac{-87}{180}}$

Exercices d'entrainement de la compétence de base 2 du premier trimestre

Exercice 1 : Soit M un point fixe du plan.

a) Trace deux droites (L) et (S) disjointes situées respectivement à 4 cm du point M.

b) Que dis-tu des droites (L) et (S) ?

c) Quelle est la distance entre les droites (L) et (S) ?

Exercice 2 : Trace deux droites (D) et (D') parallèles. Mesure la distance qui sépare (D) de (D').

Exercices 3 : 1) Trace une droite (D) du plan et construis les points B et C situés respectivement à 3cm et à 7cm de (D).

2) L'unité de longueur étant le centimètre, trace une droite (D) et place un point A situé à une distance de 8cm de (D).

Exercice 4 : A est un point du plan.

Construis une droite (D) située à 3cm du point A et une droite (D') située à 4,5cm du point A de sorte que (D) et (D') soient sécantes.

Exercice 5 : On donne un carré ABCD de côté 3cm.

a) Construis deux droites parallèles (L) et (L') à 3cm de (AC).

b) Construis deux droites parallèles (H) et (H') situées à 3cm de la droite (BD).

c) Quelle est la nature du quadrilatère formé par ces 4 droites ?

Exercices 6 : 1) Trace deux droites (D) et (D') sécantes en un point A. Place un point B équidistant de 5cm des deux droites (D) et (D').

2) A est un point du plan. Trace deux droites (D) et (D') sécantes en un point O et distantes chacune de 3cm de A. Sur quelle droite particulière se trouve A ?

Exercice 7 : Construis un triangle ABC tel que AB= 8cm ; BC= 9cm et CA= 7cm.

Place les points A' ; B' et C' milieux respectifs de [BC] ; [CA] et [AB].

Construis le triangle A'B'C' et donne la longueur de ses côtés.

Exercice 8 : ABC est un triangle rectangle en B.

La médiatrice de [BC] coupe l'hypoténuse en un point K.

Démontre que le point K est milieu de [AC].

Exercice 9 : ABC est un triangle dont l'angle $\widehat{ABC}$ est obtus et MNP est un triangle rectangle en M.

a) Construis les deux triangles ABC et MNP ainsi que leurs hauteurs respectives.
b) Retrouves-tu le résultat présenté ci-dessus ?
c) Où se situent leurs orthocentres respectifs ?

Exercices 10 : 1. ABC est un triangle. On désigne par G son centre de gravité. Montre que :

$\mathrm{AG} = \frac{2}{3}\mathbf{AA'}$; $\mathrm{BG} = \frac{2}{3}\mathrm{BB'}$ et $\mathrm{CG} = \frac{2}{3}\mathrm{CC'}$.

2. ABC est un triangle équilatéral.

a) Construis les points I et J, respectivement centre de gravité du triangle ABC et centre du cercle circonscrit au triangle ABC. Que remarques-tu

b) Construis l'orthocentre et le centre du cercle inscrit au triangle ABC. Quelles remarques fais-tu encore ?

Exercice 11 : M, N et P sont trois points d'une droite (D).

A est un point n'appartenant pas à (D).

M', N' et P' sont respectivement les milieux des segments [AM], [AN] et [AP].

Démontre que les points M', N' et P' sont alignés.

Exercices 12 : Un triangle ABC est tel que le centre de gravité appartient à la hauteur (AH). Que représente la droite (AH) pour le triangle ? Quelle est la nature du triangle ?

Exercices 13 : Construis deux demi-droites perpendiculaires [Ax) et [Ay) et un cercle de centre A. Ce cercle coupe [Ax) en B et [Ay) en C. Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifie.

Exercices 14 : Construis un triangle ABC tel que AB = AC. Soit A' le milieu de [BC] ; note sur les demi-droites [AB) et [AC) les points D et E tels que : AD = AE.

Vérifie que la figure admet un axe de symétrie. Quelle est la nature du triangle A'DE ?

Exercice 15 : Un triangle isocèle ABC est tel que AB=AC. Détermine les mesures des angles de ce triangle dans chacun des cas suivants :
a) $mes\hat{B} = 45°$;
b) $mes\hat{A} = 45°$;
c) $mes\hat{B} = 60°$;
d) $mes\hat{B} = 42°$.

Exercices 16 : Les mesures des côtés d'un triangle EFG sont en cm : EF = 12 ; EG = 9 et FG = 9. Ce triangle est-il rectangle ?

Exercice 17 : Le triangle ABC est tel que : AB = 40, BC = 41 et CA = 9.

a) Vérifie que ce triangle est rectangle.
b) Calcule la distance de A à la droite (BC)

Exercice 18 : a) Construis un cercle ($\mathcal{C}$)de centre O et de rayon r = 5cm.

b) Trace une droite (D) située à 3cm du centre O.
c) Donne la position relative de ($\mathcal{C}$)et (D).

Exercice 19 : ($\mathcal{C}$) est un cercle de centre O et de rayon r = 5cm, A un point extérieur à ($\mathcal{C}$).

Construis les tangentes à ($\mathcal{C}$) en A.

Exercice 20 : On donne deux points O et O' tels que OO' = 5cm.

Trace le cercle (C) de centre O et de rayon r = 3cm puis le cercle (C') de centre O' et de rayon r = 2cm. Quelle est la position relative des deux cercles ?

Exercice 21 : ($\mathcal{C}$) est un cercle de diamètre [AB].

C est un point de $(\mathcal{C})$ distinct des points A et B. Les tangentes au cercle $(\mathcal{C})$ en A et C se coupent en un point D ; les tangentes au cercle $(\mathcal{C})$ en B et en C se coupent en un point E.

a) Quelles conséquences peut-on tirer des hypothèses et de la figure pour les longueurs DC et DA ? Pour les longueurs EC et EB ?
b) Démontre que DE = AD + BE.

Exercice 22 : Soit $(\mathcal{C})$ un cercle de centre O et de rayon $r = 3$cm.

a) Construis un angle $\widehat{AOB}$ au centre de $(\mathcal{C})$ tel que

$mes\widehat{AOB} = 135°$.

b) Détermine la longueur de l'arc AB intercepté par cet angle et déduis en la longueur de

l'arc $\breve{AB}$.

Exercice 23 : $(\mathcal{C})$ est un cercle de centre O et de rayon 1cm.

ABCD est un carré inscrit dans ce cercle. Justifie que les arcs AB, BC, CD et DA ont la même longueur. Calcule cette longueur.

Exercice 24 : Construis un ennéagone, polygone régulier à neuf côtés.

Exercice 25 : ABC est un triangle équilatéral inscrit dans un cercle (C) de centre O. Quelles sont les mesures des angles $\widehat{AOB}$; $\widehat{BOC}$ et $\widehat{COA}$?

Exercice 26 : On donne un cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et un point A extérieur à ce cercle.

Construis les deux droites passant par A et tangentes à ce cercle.

Démontre que les points de contact T et T' sont symétriques par rapport à la droite (AO).

Exercices types de la compétence de base 2 du premier trimestre et corrigés

Enoncé 1 1) Trace deux droites (AB) et (CD) parallèles puis construis l'axe médian de (AB) et (CD).

2) Construis un parallélogramme ABCD. Place un point O qui est à la fois équidistant des droites (AB) et (DC) puis (AD) et (BC).

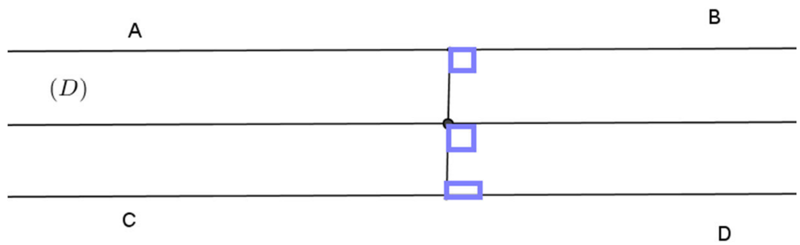
Soit $(\mathcal{C})$ un cercle de centre O et de rayon r = 4cm.

a) Calcule la longueur d'un arc de cercle AB intercepté par un angle au centre de 45°.

b) Détermine la longueur de l'arc $\breve{AB}$

Corrigé de l'énoncé 1

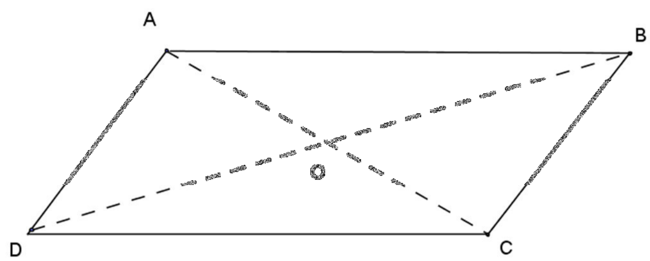
1) Traçons deux droites (AB) et (CD) parallèles puis construisons l'axe médian de (AB) et (CD)



La droite (D) est l'axe médian de 2 droites parallèles (AB) et (CD)

2) Construisons un parallélogramme ABCD.

Plaçons un point O est à la fois équidistant des droites (AB) et (DC) puis des droites (AD) et (BC).



Enoncé 2

a) Trace les triangles suivants dont les mesures des côtés en cm sont : - BC = 6 ; CA = 8 et AB = 10.

- DC = 6 ; CA = 10 et AB = 12.
- BC = 2,6 ; CA = 1 et QB = 2,4.

b) Indique parmi ces triangles ceux qui sont rectangles, en précisant les côtés perpendiculaires.

1) Moussa veut clôturer une partie de son terrain. Cette partie a la forme d'un triangle MNP rectangle en N. Il connaît la mesure du côté [NP] et de l'hypoténuse [MP] :

NP = 20m et MP = 25m.

Aide Moussa à déterminer la mesure du côté [MN] pour lui permettre d'acheter la juste mesure du grillage qu'il lui faudra.

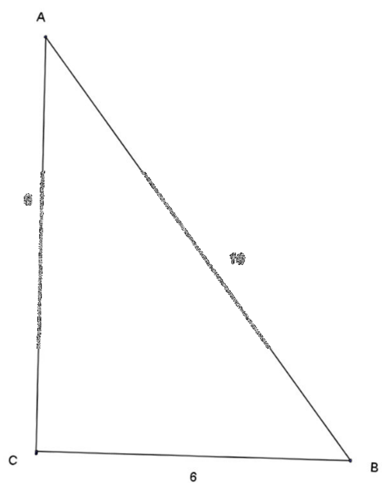
2) Une échelle de longueur 6,5m est posée contre un mur ; le bas de l'échelle est à 2,50m du mur (figure ci-contre).

A quelle distance du sol se trouve le haut de l'échelle ?

Corrigé de l'énoncé 2

a) Traçons les triangles suivants tels que : BC= 6cm ; CA= 8cm et AB= 10cm.

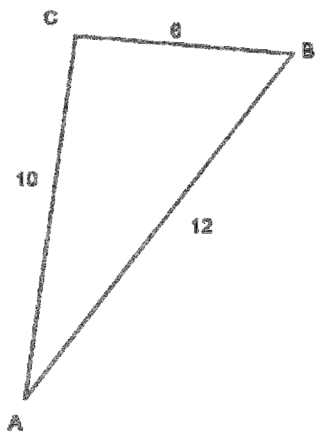
Vérifions en utilisant les propriétés de Pythagore dans le triangle rectangle



$10^2=8^2+6^2 \Rightarrow 100= 64+36$ vrai.

ABC est rectangle en C.

- BC= 6cm ; CA= 10cm et AB= 12cm.



Vérifions que : $12^2= 10^2+6^2$

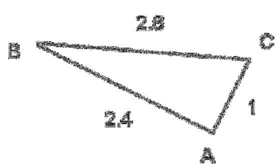
$144=100+36$ Faux.

Alors 144 # 136, ce n'est pas un triangle rectangle.

- BC= 2,6cm ; CA= 1cm et AB= 2,4cm

Vérifions : $2{,}6^2= 1^2+2{,}4^2$

$6{,}76=6{,}76$



C'est un triangle rectangle en A.

1) Moussa veut clôturer une partie de son terrain. Elle à la forme d'un triangle MNP rectangle en N tel que :

NP= 20m ; MP= 25m et MN= ? Utilisons les propriétés de Pythagore dans le triangle rectangle. $MN^2=MP^2-NP^2 \Rightarrow MN^2=625-400$, $MN^2=225$; $MN\times MN=15\times 15$,

$\Rightarrow$ **MN= 15m.**

2) Une échelle de longueur 6,5m ; le bas de l'échelle est à 2,50m du mur (figure ci-contre)

Calculons la distance du sol se trouve le haut de l'échelle selon les propriétés de Pythagore :

$6{,}5^2= 2{,}50^2+x^2$, car x= coté de longueur inconnue

$X^2= 6{,}5^2-2{,}50^2= 42{,}25-6{,}25 \Rightarrow x^2=36$; $x \times x = 6 \times 6$, donc **x=6m**

EVALUATION

Exercice 1

a) Détermine le PPCM de 21 et 24 ; le PGCD de 42 et 72.
b) Déduis-en un dénominateur commun aux fractions suivantes :

$\frac{7}{21}$ et $\frac{11}{24}$; $\frac{25}{42}$ et $\frac{13}{72}$.

c) Que constates-tu ?

Exercice 2

a) Ecris les nombres suivants sous la forme $a \times 10^{p}$ où a et p désignent des nombres entiers relatifs, p prenant la plus grande valeur entière possible : 14,54 ; 2,6 ; - 1200 ; 0,000053 ; 7 ; 500 000 ; 12,57 ; 100,45.

a) Donne l'écriture décimale de chacun des nombres ci-dessous :

$15{,}6\times10^{-1}$; 55×10^{3} ; 749×10^{-5} ; $\frac{2}{5}\times10^{3}$; $7{,}56\times10^{-2}$.

Exercice 3 ABC est un triangle.

a) Construis le point I commun aux trois bissectrices du triangle ABC puis construis le cercle inscrit à ce triangle.
b) Construis le point M, centre du cercle circonscrit au triangle ABC.
c) Les points I et M sont-ils confondus ?

Difficultés rencontrées liées à la résolution de l'exercice

- ………………………………………………………………………………………………………
- ………………………………………………………………………………………………………
- ………………………………………………………………………………………………………
- ………………………………………………………………………………………………………
- ………………………………………………………………………………………………………
- ………………………………………………………………………………………………………
- ………………………………………………………………………………………………………
- ………………………………………………………………………………………………………
- ………………………………………………………………………………………………………

Conseils et orientation de l'enseignant

- ………………………………………………………………………………………………………
- ………………………………………………………………………………………………………
- ………………………………………………………………………………………………………
- ………………………………………………………………………………………………………
- ………………………………………………………………………………………………………
- ………………………………………………………………………………………………………
- ………………………………………………………………………………………………………
- ………………………………………………………………………………………………………
- ………………………………………………………………………………………………………

Evaluation de la compétence

PARTIE DESTINEE A L'ENSEIGNANT DEUXIEME TRIMESTRE

Programmation horaire du 2e trimestre

2e Trimestre	Compétences	Leçon	Titres des chapitres	Durée d'exécution			Durée du chapitre	Nombres d'heures du trimestre
				Cours	TD	Evaluation		
Du 02 Janvier au 31 Mars 13 semaines	CB1	6	Approximation d'un nombre rationnel.	4H	1H	2H	5H	65H
		7	Puissance à exposant entier d'un nombre rationnel et propriétés.	4H	1H		5H	
		8	Expressions littérales.	4H	1H		5H	
		9	Produits remarquables.	4H	1H		5H	
		10	Equations du premier degré à une inconnue et résolution des problèmes.	4H	1H		5H	
		11	Inéquations du premier degré à une inconnue et résolution des problèmes.	4H	1H		5H	
	CB2	9	Représentation des objets de l'espace (étude de la perspective cavalière).	4H	1H	2H	5H	
		10	Cubes, prismes et pyramides (rappels).	4H	1H		5H	

		11	Solides de révolution : sphères, cylindres droits et cônes.	4H	1H		5H	
		12	Droites et plans de l'espace.	4H	1H		5H	
		13	Symétrie centrale.	4H	1H		5H	
		14	Symétrie orthogonale.	4H	1H		5H	
		15	Vecteurs – translations et parallélogrammes.	4H	1H		5H	
		16	Somme de vecteurs.	4H	1H		5H	

FICHE DE PROGRESSION DU 2ème TRIMESTRE

Trimestre	Période	Contenus	
		CB 1 : Analyse	CB 2 : Algèbre – Statistique - Probabilité
II	2 Janvier au 28 Février	**Leçon 6 :** Approximation d'un nombre rationnel. **Leçon 7 :** Puissance à exposant entier d'un nombre rationnel et propriétés. **Leçon 8 :** Expressions littérales. **Leçon 9 :** Produits remarquables.	**Leçon 9 :** Représentation des objets de l'espace (étude de la perspective cavalière). **Leçon 10 :** Cubes, prismes et pyramides (rappels). **Leçon 11 :** Solides de révolution : sphères, cylindres droits et cônes. **Leçon 12 :** Droites et plans de l'espace. **Leçon 13 :** Symétrie centrale.
	1er Mars au 31Mars	**Leçon 10 :** Equations du premier degré à une inconnue et résolution des problèmes. **Leçon 11 :** Inéquations du premier degré à une inconnue et résolution des problèmes.	**Leçon 14 :** Symétrie orthogonale. **Leçon 15 :** Vecteurs – translations et parallélogrammes. **Leçon 16 :** Somme de vecteurs.

Les modules d'intégration en mathématiques en classe de Quatrième

Deuxième trimestre

Compétence de Base 1

Quatrième –CB1 : L'élève doit pouvoir résoudre des situations-problèmes significatives qui mettent en œuvre l'approximation, la puissance à exposant entier d'un nombre rationnel, les expressions littérales, les équations et les inéquations du premier degré à une inconnue.

	Ressources		
	Savoirs	**Savoir-faire**	**Activités suggérées**
	- Approximation d'un nombre rationnel.	- Trouver la troncature d'un nombre rationnel positif ; - déterminer deux nombres décimaux consécutifs d'ordre n ($n \in \mathbb{N}$); - encadrer un nombre rationnel positif par deux nombres décimaux consécutifs ou non consécutifs d'ordre n ; - trouver une approximation décimale d'un nombre rationnel positif (par défaut ou par excès) ; - trouver l'arrondi d'ordre n d'un nombre rationnel.	- Détermination de la troncature d'un nombre rationnel positif ; - détermination de deux nombres décimaux consécutifs d'ordre n ($n \in \mathbb{N}$); - encadrement d'un nombre rationnel positif par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre n ; - encadrement d'un nombre rationnel positif par deux nombres décimaux non consécutifs d'ordre n ; - détermination d'une valeur approximative décimale d'un nombre rationnel positif (par défaut ou par excès) ; - détermination de l'arrondi d'ordre n d'un nombre rationnel.
	- Puissance à exposant entier d'un nombre rationnel et propriétés.	- Définir la puissance d'un nombre rationnel ; - utiliser les propriétés des puissances à exposant entier naturel non nul de nombres rationnels dans les calculs.	- Définition de la puissance d'un nombre rationnel ; - utilisation des propriétés des puissances à exposant entier naturel non nul de nombres rationnels dans les calculs.

	- Expressions littérales.	- Exprimer une formule par une phrase et/ou réaliser le programme de calcul donné par une formule ; - calculer la valeur numérique d'une expression littérale en remplaçant les lettres par des nombres ; - calculer de manière performante une somme algébrique en regroupant ou en déplaçant les termes de la somme ; - supprimer ou placer des parenthèses dans une somme ; - réduire une somme algébrique.	- Traduction d'une formule mathématique en langage courant ; - réalisation d'un programme de calcul donné par une formule mathématique ; - calcul de la valeur numérique d'une expression littérale ; - calcul d'une somme algébrique de manière performante ; - utilisation des parenthèses dans une somme ; - réduction d'une somme algébrique.
	- Produits remarquables.	- Déterminer le signe d'un produit ; - calculer un produit en déplaçant ou en regroupant les facteurs d'un produit ; - développer un produit ; - établir les identités remarquables ; - factoriser une somme.	- Détermination du signe d'un produit ; - calcul d'un produit de manière performante ; - développement d'un produit en utilisant la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition ; - application des identités remarquables ; - factorisation d'une somme.
	- Equations du premier degré à une inconnue et résolution de problèmes.	- Transformer une équation en une autre plus simple ayant les mêmes solutions ; - résoudre les équations de types : ➢ $x + a = b$, ➢ $ax = b$, ➢ $ax + b = c$, ➢ $ax + b = cx + d$; - résoudre un problème conduisant à des équations du premier degré à une inconnue.	- Transformation d'une équation en une autre plus simple; - résolution des équations de types : ➢ $x + a = b$, ➢ $ax = b$, ➢ $ax + b = c$, ➢ $ax + b = cx + d$; - résolution d'un problème conduisant à des équations du

			premier degré à une inconnue.
	- Inéquations du premier degré à une inconnue et résolution de problèmes.	- Trouver des solutions d'une inéquation de types suivants : $x < a$; $x > \mathrm{a}$ ou $x \leq a$; $x \geq a$ - transformer des inéquations de types : ➢ $x + a < b$ ou $x + a \leq b$, ➢ $ax < b$ ou $ax \leq b$, ➢ $ax + b < c$ ou $ax + b \leq c$, ➢ $ax + b < cx + d$ ou $ax + b \leq cx + d$ en des inéquations de types : $x < u$; $x > \mathrm{u}$ ou $x \leq u$; $x \geq \mathrm{u}$; - vérifier qu'un nombre rationnel est solution d'une inéquation ; - placer approximativement un nombre solution d'une inéquation sur une droite graduée ; - résoudre des problèmes conduisant aux inéquations du premier degré à une inconnue.	- Détermination des ensembles de solutions d'une inéquation de types suivants : $x < a$; $x > \mathrm{a}$ ou $x \leq a$; $x \geq \mathrm{a}$ - transformation des inéquations de types : - $x + a < b$ ou $x + a \leq b$, - $ax < b$ ou $ax \leq b$, - $ax + b < c$ ou $ax + b \leq c$, - $ax + b < cx + d$ ou $ax + b \leq cx + d$ en des inéquations de types : $x < u$; $x > \mathrm{u}$ ou $x \leq u$; $x \geq \mathrm{u}$; - vérification qu'un nombre rationnel est solution d'une inéquation ; - repérage approximatif d'un nombre solution d'une inéquation sur une droite graduée ; - résolution des problèmes conduisant aux inéquations du premier degré à une inconnue.

Compétence de Base 2

Quatrième–CB2 : L'élève doit pouvoir résoudre des situations-problèmes significatives qui mettent en œuvre la représentation des objets de l'espace, le calcul des aires et des volumes, l'étude des droites et plans de l'espace, les transformations du plan (symétrie centrale, symétrie orthogonale et translations) et les opérations sur les vecteurs.

	Ressources		
	Savoirs	Savoir-faire	Activités suggérées
	- Représentation des objets de l'espace (étude de la perspective cavalière).	- Représenter en perspective (simple et cavalière) un cube, un prisme droit et une pyramide ayant pour base un triangle.	- Représentation en perspective d'un cube, d'un prisme droit et d'une pyramide ayant pour base un triangle ; - représentation en perspective cavalière d'un cube, d'un prisme droit et d'une pyramide ayant pour base un triangle.
	- Cubes, prismes et pyramides (rappels).	- Construire un patron d'un cube, d'un prisme droit, d'une pyramide ; - réaliser un cube, un prisme droit et une pyramide.	- Construction d'un patron d'un cube, d'un prisme droit et d'une pyramide ; - réalisation d'un cube, d'un prisme droit et d'une pyramide.
	- Solides de révolution : sphères, cylindres droits et cônes.	- Définir un solide de révolution ; - reconnaître, dessiner et confectionner un patron et réaliser un cône et un cylindre droit ; - représenter en perspective cavalière une sphère, un cône et un cylindre droit ; - calculer l'aire d'une sphère et d'un cylindre droit ; - calculer le volume d'une boule, d'un cylindre droit et d'un cône.	- Définition d'un solide de révolution ; - reconnaissance, dessin et confection d'un patron d'un cône et d'un cylindre droit ; - réalisation d'un cône et d'un cylindre droit; - représentation en perspective cavalière d'une sphère, d'un cône et d'un cylindre droit ; - calcul de l'aire d'une sphère et d'un cylindre droit ; - calcul du volume d'une boule, d'un cylindre droit et d'un

			cône.
	- Droites et plans de l'espace.	A l'aide de solides et de leurs représentations, - déterminer un plan défini par : ➢ deux droites parallèles, ➢ deux droites sécantes, ➢ une droite et un point n'appartenant pas à cette droite, ➢ trois points non alignés ; - reconnaître : ➢ une droite contenue dans un plan, ➢ une droite parallèle à un plan, ➢ une droite sécante à un plan, ➢ une droite perpendiculaire à un plan ; - identifier : ➢ deux plans parallèles, ➢ deux plans sécants, ➢ la droite commune à deux plans sécants, ➢ deux plans perpendiculaires ; - reconnaître : ➢ des droites coplanaires, ➢ des droites non coplanaires, ➢ deux droites parallèles, ➢ deux droites orthogonales.	A l'aide de solides et de leurs représentations, - détermination d'un plan défini par : ➢ deux droites parallèles, ➢ deux droites sécantes, ➢ une droite et un point n'appartenant pas à cette droite, ➢ trois points non alignés ; - reconnaissance : ➢ d'une droite contenue dans un plan, ➢ d'une droite parallèle à un plan, ➢ d'une droite sécante à un plan, ➢ d'une droite perpendiculaire à un plan ; - identification de : ➢ deux plans parallèles, ➢ deux plans sécants, ➢ la droite commune à deux plans sécants, ➢ deux plans perpendiculaires ; - reconnaissance : ➢ des droites coplanaires, ➢ des droites non coplanaires, ➢ de deux droites parallèles, ➢ de deux droites orthogonales.
	- Symétrie centrale.	- Définir l'application du plan en utilisant la	- Définition d'une application du plan en utilisant la

		notation $f(\mathrm{M}) = \mathrm{M}'$; - définir une symétrie centrale ; - dresser le tableau de correspondance ; - justifier qu'une symétrie centrale est une application ; - utiliser un tableau de correspondance ; - utiliser les propriétés de la symétrie centrale pour démontrer et pour construire ; - mettre en évidence une symétrie centrale et l'utiliser pour démontrer ou pour construire.	notation $f(\mathrm{M}) = \mathrm{M}'$; - définition d'une symétrie centrale ; - établissement d'un tableau de correspondance ; - Justification qu'une symétrie centrale est une application ; - utilisation d'un tableau de correspondance ; - démonstration et construction des figures en utilisant les propriétés de la symétrie centrale ; - mise en évidence et utilisation d'une symétrie centrale pour démontrer ou pour construire.
	- Symétrie orthogonale.	- Définir une symétrie orthogonale ; - dresser le tableau de correspondance ; - justifier qu'une symétrie orthogonale est une application ; - utiliser un tableau de correspondance ; - utiliser les propriétés de la symétrie orthogonale pour démontrer et pour construire ; - mettre en évidence une symétrie orthogonale et l'utiliser pour démontrer ou pour construire.	- Définition d'une symétrie orthogonale ; - établissement d'un tableau de correspondance ; - justification qu'une symétrie orthogonale est une application ; - utilisation d'un tableau de correspondance ; - utilisation des propriétés de la symétrie orthogonale pour démontrer et pour construire ; - mise en évidence et utilisation d'une symétrie orthogonale pour démontrer ou pour construire.
	- Vecteurs – translations et parallélogrammes.	- Reconnaître la direction d'une droite et les sens liés à cette direction ; - reconnaître deux vecteurs égaux ; - utiliser l'égalité de deux vecteurs pour démontrer : ➢ qu'un quadrilatère est un parallélogramme, ➢ que deux segments ont même longueur, ➢ que deux droites sont parallèles,	- Reconnaissance de la direction d'une droite et des sens liés à cette direction ; - reconnaissance de deux vecteurs égaux ; - utilisation de l'égalité de deux vecteurs pour démontrer : ➢ qu'un quadrilatère est un parallélogramme, ➢ que deux segments ont même longueur,

		➢ qu'un point est milieu d'un segment ; - définir une translation ; - construire l'image d'un point par une translation ; - justifier qu'une translation est une application du plan ; - mettre en évidence une translation et l'utiliser pour démontrer ou pour construire.	➢ que deux droites sont parallèles, ➢ qu'un point est milieu d'un segment ; - définition d'une translation ; - construction de l'image d'un point par une translation ; - justification qu'une translation est une application du plan ; - mise en évidence et utilisation d'une translation pour démontrer ou pour construire.
	- Somme de vecteurs.	- Construire la somme de deux vecteurs (l'égalité de Chasles) ; - utiliser l'égalité de Chasles ; - calculer de manière performante la somme de plusieurs vecteurs ; - reconnaître le vecteur nul ; - déterminer l'opposé d'un vecteur ; - utiliser les caractérisations vectorielles du milieu d'un segment.	- Construction de la somme de deux vecteurs (l'égalité de Chasles) ; - utilisation de l'égalité de Chasles ; - calcul de la somme de plusieurs vecteurs de manière performante ; - reconnaissance du vecteur nul ; - détermination de l'opposé d'un vecteur ; - utilisation des caractérisations vectorielles du milieu d'un segment.

PARTIE DESTINEE A L'ELEVE
FICHES DE DEVELOPPEMENT DES COMPETENCES

Orientations :

1. *Suivre minutieusement les horaires des séances de développement des compétences prévues dans l'emploi du temps ;*
2. *Exploiter par ordre les fiches de développement des compétences ;*
3. *Traiter dans l'ordre les exercices en lien avec chaque compétence ;*
4. *Relever toutes les difficultés rencontrées lors du traitement des exercices ;*
5. *Participer aux séances de développement de compétences (Call Center) ;*
6. *Noter tous les conseils et orientations des enseignants.*

Leçons de la compétence de base 1 du deuxième trimestre

Approximation d'un nombre rationnel et puissance à exposant entier d'un nombre rationnel.

Séquence 49 : Détermination de la troncature d'un nombre rationnel positif.

Objectif : Déterminer la troncature d'un nombre rationnel positif.

Définition : on appelle troncature à n décimales du nombre x le nombre décimal d'ordre n obtenu en ne conservant que les n premiers chiffres après la virgule de l'écriture décimale de x.

Exemples :

- La troncature à une décimale de 3,428571 est 3,4.
- La troncature à deux décimales de 3,428571 et 3,42.
- La troncature à trois décimales de 3,428571 et 3,428
- La troncature à trois décimales de $\frac{6}{7}$ et 0,857.

Séquence 50 : Nombre décimaux consécutifs d'ordre n (n € Z)

Objectif : Ecrire deux nombres décimaux consécutifs d'ordre n.

Règle : si a et b sont deux nombres décimaux consécutifs d'ordre n tels que a<b,

alors b – a $= 10^{-n}$

Exemple : 2,2 et 2,3 sont deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1 car 2,3 – 2,2 $= 10^{-1}$

3,14 et 3,15 sont deux nombres décimaux d'ordre 2 car 3,15 – 3,14 = 0,01 $= 10^{-2}$

Séquence 51 : Encadrement d'un nombre rationnel positif par deux nombres consécutifs d'ordre n ($n \in \mathbb{Z}$)

Objectif : Encadrer un nombre rationnel positif par deux nombres consécutifs d'ordre n.

Règle : pour encadrer un nombre rationnel par deux décimaux consécutifs d'ordre n, on trouve la troncature d'ordre n de ce nombre rationnel puis on détermine les deux décimaux consécutifs d'ordre n qui l'encadrent.

Exemple : on donne le nombre rationnel $\frac{22}{7} = 3,142857142$. Donnons un encadrement de $\frac{22}{7}$ par 2 nombres décimaux consécutifs d'ordre 3 alors 3,3142 $< \frac{22}{7} <$ 3,143 ;

Séquence 52 : Approximations décimales d'ordre n ($n \in \mathbb{N}$)

Objectif : Ecrire une approximation décimale d'ordre n.

Méthode : Pour trouver les approximations décimales d'ordre n du nombre, on calcule le quotient q de la division de a par b avec x chiffres après la virgule.

q est l'approximation décimale d'ordre n par défaut de $\frac{a}{b}$; le nombre décimal d'ordre n qui suit q est l'approximation décimale d'ordre n par excès de $\frac{a}{b}$

Exemple : on donne $2{,}166 < \frac{13}{6} < 2{,}167$; 2,166 est l'approximation décimale d'ordre 3 par défaut de $\frac{13}{6}$ et 2,167 est l'approximation décimale d'ordre 3 par excès.

Séquence 53: l'arrondi d'ordre n d'un nombre rationnel positif.

Objectif : Trouver l'arrondi d'ordre n d'une fraction.

Méthode : Pour trouver l'arrondi d'ordre n d'une fraction, On calcule le quotient $q = \frac{a}{b}$ avec $(n+1)^e$chiffre après la virgule si :

- le $(n+1)^e$ chiffre après la virgule est 0 ; 1 ; 2 ; 3 ou 4 ; l'arrondi d'ordre n de $\frac{a}{b}$ est l'approximation décimale d'ordre n par défaut.
- le $(n+1)^e$ chiffre après la virgule est 5, 6, 7,8 ou 9, l'arrondi d'ordre n de est l'approximation décimale d'ordre n par excès.

Exemple : la division de $\frac{25}{16} = 1{,}562$

1,56 est l'approximation décimale d'ordre 2 « la plus proche » de $\frac{25}{16}$

1,56 est l'arrondi d'ordre 2 de $\frac{25}{16}$

La division de 11 par 8 au millième près donne pour $q = 1{,}375$: par convention 1,38 est l'arrondi d'ordre 2 de $\frac{11}{8}$

Séquence 54 : Puissance à exposant entier d'un nombre rationnel et les propriétés.

Objectif : Définir une puissance à exposant entier d'un rationnel.

Définition : $\frac{a}{b}$ est un nombre rationnel et $n \in \mathbb{N}$; alors $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Propriétés : a, b, c et d € Ž, a, b, et d non nuls ; m et $n \in \mathbb{N}$ non nuls.

On écrit : $\left(\frac{a}{b}\right)^n \times \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n+m}$; $\left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a \times c}{b \times d}\right)^n = \frac{a^n \times c^n}{b^n \times d^n}$

$\left(\left(\frac{a}{b}\right)^n\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n \times m}$; $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}$; $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^{o} = 1 \, ; \left(\frac{a}{b}\right)^{1} = \frac{a}{b}$

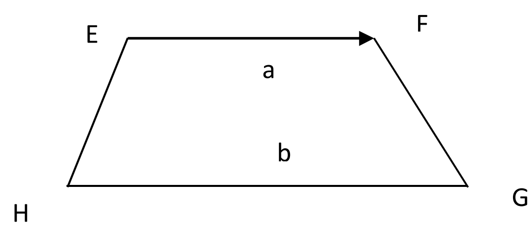
Expressions littérales et produits remarquables

Séquence 55 : Expression littérales

Objectif : exprimer une formule par une phrase, vocabulaires

- Traduction d'une formule mathématique en langage courant.
- Vocabulaires : les différentes formules obtenues : A(c)=$A = \pi r^2$
- $A_{carré}$ =($\times$ +5)^2. P=L+l+L+l = 2L+2l ou P = (L+l) $\times$ 2 sont appelées des expressions littérales car elles renferment des lettres et des nombres ou (une expression qui contient des lettres est appelée expression littérale). Pour obtenir la valeur numérique d'une expression littérale, on remplace ses lettres par les nombres donnes.

Séquence 56 : Formule d'une figure géométrique.



Objectif : Utiliser une formule pour calculer.

Formule : dans le trapèze EFGH a et b sont les bases et h= hauteur

- $A = \frac{(a+b)Xh}{2} = \frac{a}{b}(a+b) \text{ x h}$
- $on\ pose\ b = x; a = 3\ et\ h = 5$. Ecrivons en fonction de x :
- $A = \frac{(x+3)x5}{2} = \frac{5}{2}(x+3)$.
- $on\ pose\ h = y; a = 3{,}5\ et\ b = 1{,}1, alors$
  $A = \frac{(3{,}5+1{,}1) \text{ x y}}{2} = \frac{4{,}6}{2}y$

  $\boxed{A=2{,}3y}$

Remarque : pour décrire un calcul on peut utiliser ;

- Un programme de calcul
- Une formule
- Une phrase

Tout cela peut être visualisé par un schéma de calcul.

Séquence 57 : Calcul littéral.

Objectif : Réduire une somme

Définition : Réduire une somme, c'est la transformer en une somme ayant moins de termes.

Propriété : a, b, c sont des nombres relatifs ; on a :

a + (b-c) = a +b-c; a-(b + c) = a – b - c

a +(b-c)= a + b-c	a-(b + c)=a-b-c	a-(b - c)=a – b - c

Séquence 58 : suppression des parenthèses dans une somme

Objectif : Développer une expression littérale.

Propriété : a, b, c et d sont des nombres entiers relatifs.

(a + b)-(c + d) =a + b-c-d
a-(b-c-d) =a - b +c + d
Exemples de réduction de sommes :
a+ a - a + a = (a + a) + (- a + a); a+ (2b - a) = a+2b- a =2b+ (a-a) =2b

Séquence 59 : Organisation du calcul d'une somme d'expression littérale.

Objectif : Calculer la somme d'expression littérale.

Exemple : considérons les expressions les littérales suivantes :

A=3L+x-2L+4; B=2x-L+3l+1; C: -5+L-4l+x
Calculons A+B+C= (3l+x-2l+4) + (2x-L+3l+x) + (-5+L+x-4l)
On supprime les parenthèses et on a :
A+B+C=3L+x-2l+4+2x-L+3l+1+ (-5) +L-4l+x
=3L-L+L+x+2x+x-2l+3l-4l+4+1-5
=L (3-1+1) +x (1+2+1) +l (-2+3-4) +0

= 3l+4x-3l+0 donc

$\boxed{\text{A+B+C=3L+4x-3l}}$

Règle : pour calculer une somme d'expressions littérales, on peut déplacer ou regrouper certains termes de cette somme. Réduire une somme d'expressions littérales, c'est la transformer en une somme ayant moins de termes.

Séquence 60 : Produits –détermination de signe d'un produit.

Objectif : Calculer un produit.

Règle : pour calculer un produit ;

On détermine son signe ; on peut déplacer ou regrouper certains facteurs avant de calculer le produit de leur distance à zéro.

Exemple : 25x (-1,75) x2 x (-4) = (+) 25x4x2x1, 75=2x175=350

2,5x (-4) = 10

Séquence 61 : Développement et réduction d'un produit.

Objectif : Développer et réduire un produit.

Propriété : a et b sont deux nombres non nuls. On a:

(-a)b= - ab ; a(-b)=-ab ; (-a).(-b)=ab ; -(-a)b=ab

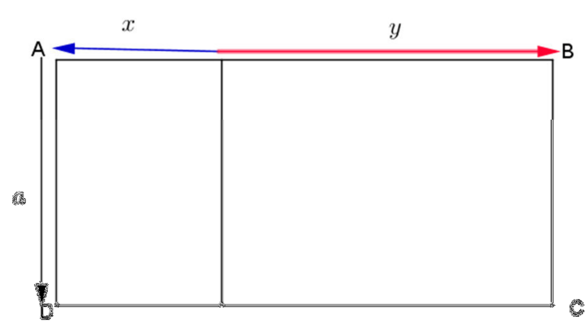
(-2a)(7b)=-(2x7)ab=-14ab;(-3ab)(-2b)=6ab

Remarque : Dans l'expression –ab le signe (-) ne signifie pas que ce nombre est négatif si l'un des facteurs est négatif, alors –ab est le nombre positif.

Séquence 62 : Développement du produit a(x+y)

Objectif : Développer le produit a(x+y)

Définition : développer un produit, c'est l'écrire sous forme d'une somme.

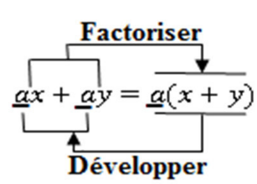


La longueur notée L et la largeur notée l : x+y=L et a = l

Notation, l'aire d'un rectangle est notée A

A=a(x+y) ou (y+x)a=A

A= ax+ay=a(x+y)



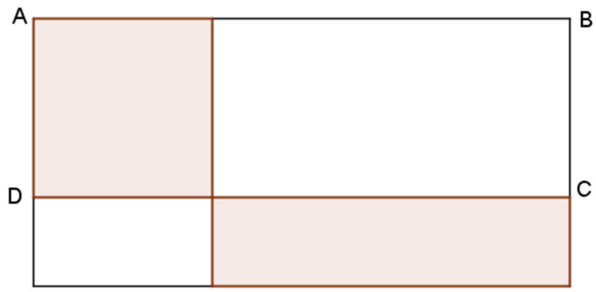
Propriété : a, x et y sont des nombres relatifs ; on a :

a(x+y) = ax+ay ; a(x-y) = ax-ay.

Exemple : x et y sont des nombres relatifs.

$2(x+3) = 2x+6$; $x (2-y) = 2x-xy$; $-5x (1-2y) = -5x+10xy$

Développer le produit $(a+b) (x+y)$



Notation : $(a+b)\times(x+y)= (a+b)(x+y)$

$A=xa+bx+ay+by$

$=x (a+b) +y (a+b)$;

$A= (a+b) (x+y)$

Séquence 63 : Développement de $(a+b) x (x+y)$

Objectif : Développer un produit

Propriété : a, x, y sont des nombres relatifs ; on a : $(a+b) x (x+y) = ax+ay+bx+by$

Exemple : a et b sont des nombres relatifs ;

$(a +4) x (b+3) = ab+3a+4b+12$

$(a + 2) x (b - 1) = ab-a+2b-2$

$(a + b) x (2b+3) = 2ab+3ab+12$

$(a -2) x (b - 5) = ab-5a-2b+10$

$(-a+4)(b - 3)=-ab+3a+46-12$

$(-4a+1)(2b-5)=-8ab+20a+2b-5$

- Développements et réductions

Exemples : développons et réduisons les expressions suivantes :

$(x-1)(x+2)=x^2+2x-x-2=x^2+x-2$.

$(2x-1)(3x+5)=6x+10x-3x-5=6x+7x-5$

Séquence 64 : Produits remarquables.

Objectif : Etablir les identités remarquables.

$x \in \mathbb{Z}$, en utilisant la définition du carré d'un nombre, développons et réduisons les expressions : $(x+5)(x-5)$; $(x+3)^2$; $(x-4)^2$; $(3-x)^2$; $(1+x)(1-x)$.

On a : $(x+3)^2= (x+3)(x+3)$; $x^2+3x+3x+9$

$(x+3)^2=x^2+6x+9$

$(x-4)^2=(x-4)(x-4)$

$=x^2-4x-4x+16$

$(x-4)^2=x^2-8x+16$

$(3-x)^2 = (3-x)(3-x)$

$=9-3x-3x+x^2$

$(3-x)^2 =9-6x+x^2$

$(1+x)(1-x)=1-x+x-x^2$

$(1+x)(1-x)=1-x^2$

$(x+5)(x-5) = x^2 - 25$

Propriétés : a et b sont des nombres relatifs, on a :

$(a + b)^2= a^2+2ab+b^2$;

$(a-b)^2= a^2-2ab+b^2$ et

$(a + b)(a - b)= a^2- b^2$

Séquence 65 : Factorisation

Objectif : Factoriser une Somme

Définition : factoriser une somme, c'est l'écrire sous la forme d'un produit de facteurs.

Exemple : on veut factoriser $12x^2-18x$. C'est la somme de deux termes : $12x^2$ et $-18x$. D'où $6x$ est facteur commun à ces 2 termes ; $12x^2-18x=6x(2x-3)$. ax et ay sont les termes de la somme $ax+ay= a(x+y)$; a et $(x+y)$ sont les facteurs du produit.

Exemples de factorisations ; Produits remarquables : $x^2-25=x^2-5^2$

$=(x-5)(x+5)$ car $a^2-b^2= (a + b)(a-b)$
$X^2+6x+9=x^2+2 \text{ x } 3x+3^2$ car $a^2+2ab+b^2= (a-b)^2 =(x+3)^2$
$X^2-12x+36=x^2-2 \text{ x } 6x+6^2$ car $a^2-2ab+b^2= (a-b)^2$

$= (x-6)^2$
$A^2-4x+4=a^2-2x2a+2^2$
$=2(a-2)-(a-2)\ x2$
$= (a-2)\ (a-2)$

Les équations

Séquence 66 : Egalités et opérations

Objectif : Ecrire une égalité, transformer une équation en une autre plus simple ayant les mêmes solutions.

Propriété 1 : a, b et c étant des nombres, lorsqu'on ajoute un même nombre à chaque membre d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité ;on écrit : Si a = b alors a + c = b + c.

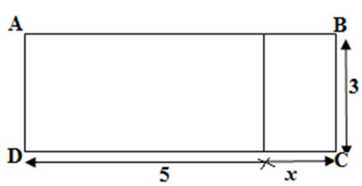
Propriété 2 : a, b et c sont des nombres, lorsqu'on multiplie par un même nombre chaque membre d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité. On écrit : si a = b alors ac = bc.

Définition : Toute écriture pouvant se ramener sous la forme $ax+b=0$ où a et b sont deux nombres donnés est appelée équation du premier degré à une inconnue x.
$ax+b$ est le premier membre de l'équation tandis que 0 en est le second.

Séquence 67 : Notion d'équation

Objectif : Traduire une situation par une équation (E), d'inconnue x.

Exemple : L'unité de longueur étant le cm, on considère la figure suivante :



Exprime en fonction de x le périmètre P du rectangle ABCD. Si P = 21 cm, écris l'égalité traduisant la situation. Soit (E) cette égalité. Si on donne à x les valeurs 1 ; 2 ; 3, l'égalité (E) reste – elle vraie ? Si x = 2,5, l'égalité (E) est – elle vraie ou fausse ?

L'égalité (E) s'écrit : $2(5 + x) + 2 \times 3 = 21$ donc (E) : $2\ (5 + x) + 6 = 21$.

Cette égalité s'appelle une équation (E) d'inconnue x.

Comme l'exposant de l'inconnue x est 1 puisque $x^1 = x$ alors l'équation (E) est une équation du 1er degré à une inconnue x.

L'expression $2(5 + x) + 6$ est appelée le 1er membre de l'équation (E) et le nombre 21 en est le second membre.

$$\underbrace{2\ (5 + x) + 6}_{1^{er}\text{ membre}} = \underbrace{21}_{2^{ème}\text{ membre}}$$

Séquence 68 : Transformation d'équations

Objectif : Transformer une équation.

Propriété 1 : Lorsqu'on ajoute un même nombre à chaque membre d'une équation, on obtient une nouvelle équation qui a les mêmes solutions que l'équation de départ.

Propriété 2 : Lorsqu'on multiple par un même nombre non nul chaque membre d'une équation, on obtient une nouvelle équation qui a les mêmes solutions que l'équation de départ.

Exemple : On considère l'équation (E) : $x + 3 = 9$.

a) Peux- tu déterminer une solution à cette équation ? Si oui, quelle est cette solution ?
b) Ajoute à chaque membre de cette équation le nombre -2. Qu'obtiens – tu ?
c) Cette deuxième équation a – t – elle la même solution que l'équation initiale ?

Séquence 69 : Résolution d'équations

Objectif : Résoudre une équation du type x + a = b

Règle : Pour résoudre une équation du type $x + a = b$, on ajoute à chacun des membres l'opposé de a. On obtient donc une nouvelle équation du type : $x = u$ où $u = b - a$.

Le nombre u est la solution de l'équation proposée.

Exemple : Pour résoudre l'équation (E) : $x + 7 = 19$:

- On pose l'équation (E) : $x + 7 = 19$.
- On ajoute à chaque membre de l'équation l'opposé de 7 qui est -7. On a :
  $x + 7 + (-7) = 19 + (-7)$.
- On simplifie l'écriture de chaque membre de l'équation. On a :
  $x + 7 + (-7) = 19 + (-7)$
  $x + 0 = 12$.
  Donc 12 est la solution de l'équation (E).

Séquence 70 : Résolution d'équation du type $ax = b$ (a $\neq$ 0)

Objectif : Résoudre une équation du type ax=b

Règle : Pour résoudre des équations du type ax = b, on multiplie chaque membre de l'équation par l'inverse de a qui est $\frac{1}{a}$. On ramène l'équation initiale à une équation du type : $x = u$ avec $u = \frac{b}{a}$ (avec a $\neq$ 0). Le nombre u est la solution de l'équation proposée.

Exemple : x étant un nombre rationnel, pour résoudre l'équation : $-5x = 25$:

- On pose l'équation : $-5x = 20$.
- On multiplie chaque membre de l'équation par l'inverse de -5 qui est $\frac{1}{-5}$.
  On obtient : $(-5x) \times (\frac{1}{-5}) = 20 \times (\frac{1}{-5})$.

- On simplifie l'écriture de chacun des membres. On a : $\frac{-5}{-5}x = \frac{-20}{5}$
  Donc $x = -4$.

-4 est donc la solution de l'équation $-5x = 20$.

Séquence 71 : Résolution d'équation du type $ax + b = c$ (a $\neq 0$)

Objectif : Rechercher la solution d'une équation du type $ax + b = c$ (a $\neq 0$)

Règle : Pour résoudre des équations du type : $ax + b = c$, on effectue une 1ère transformation (on ajoute l'opposé de b) pour la ramener au type $ax = t$ où $t =$ c – b ; puis une 2nde transformation (on multiplie les deux membres par l'inverse de a)pour la ramener au type $x = u$ avec $u = \frac{t}{a}$ $(a \neq 0)$.

Exemple : Pour résoudre l'équation $-3x + 7 = -5$

- On pose l'équation : $-3x + 7 = -5$.
- On effectue la 1ère transformation en ajoutant aux deux membres de l'équation l'opposé de 7. On a : $-3x + 7 + (-7) = -5 + (-7)$.
- On simplifie l'écriture de chaque membre. On obtient : $-3x + 0 = -12$.
  Donc $-3x = -12$.
- On effectue la 2nde transformation en multipliant chaque membre par l'inverse de -3. On obtient : $(-3x) \text{ x } (\frac{1}{-3}) = (-12)\text{x}(\frac{1}{-3})$

  $\frac{-3}{-3}x = \frac{-12}{-3}$. Donc $x = 4$.

4 est donc la solution de l'équation initiale.

Séquence 72 : Résolution d'équation du type $ax + b = cx + d$

Objectif : Résoudre une équation du type $ax + b = cx + d$

Règle : Pour résoudre des équations du type $ax + b = cx + d$, on effectue une 1ère transformation pour la ramener au type $Ax + B =$ C.

Pour cela, on ajoute aux membres de l'équation l'opposé de cx ou de ax.

Puis on applique la méthode de résolution des équations du type $ax + b = c$.

Exemple : Pour résoudre l'équation (E) : $9x + 5 = 3x + 2$

- On pose l'équation (E) : $9x + 5 = 3x + 2$.
- On ajoute par exemple l'opposé de $3x$ aux deux membres de l'égalité.
  On obtient : $9x + 5 + (-3x) = 3x + 2 + (-3x)$.

  $$9x + (-3x) + 5 = 3x + (-3x) + 2$$
  $$6x + 5 = 0 + 2$$
  $$6x + 5 = 2 \text{ qui est du type } ax + b = c.$$

On applique la méthode appropriée et on obtient la solution $x = -\frac{1}{2}$. $-\frac{1}{2}$ est la solution de l'équation (E).

Séquence 73 : Résolution d'un problème conduisant à une équation du premier degré.

Objectif : Résoudre un problème conduisant à des équations du premier degré.

Méthode : Pour résoudre un problème se ramenant à une équation, on procède :

- au choix de l'inconnue que l'on peut désigner par une lettre : x, y, z,.... ;
- à la mise en équation en suivant scrupuleusement l'énoncé du problème ;
- à la résolution de l'équation posée ;
- à la vérification en revenant aux données du problème.

Problème : La somme des âges de Sylviane, de sa mère et de sa grand-mère est 90 ans. Trouve l'âge de chacune des trois personnes sachant que l'âge de la grand-mère est le double de celui de la mère de Sylviane et que l'âge de Sylviane est le tiers de celui de sa mère.

Résolution

Désignons par x, l'âge de grand-mère ; par y, l'âge de la mère et par z l'âge de la fille.

Exprimons en fonction de z l'âge de chacune d'elles : x=6z ; y=3z.

Mise en équation : x+y+z=90 alors 6z+3z+z=90. Il vient : 10z=90, donc **z=9.**

y=3z alors **y=27** et x=6z cela implique que **x=54.**

Séquence 74 : Inégalités et opérations

Objectif : Trouver des solutions d'une inéquation.

Propriétés :

1) Lorsqu'on ajoute un même nombre à chaque membre d'une inégalité, on obtient une nouvelle inégalité de même sens. a, b et c étant des nombres, si $a < b$ alors $a + c < b + c$.

2) Lorsqu'on multiplie par un même nombre positif non nul chaque membre d'une inégalité, on obtient une nouvelle inégalité de même sens. soit c un nombre relatif strictement positif (c > 0), si $a < b$ alors $a \times c < b \times c$.
Lorsqu'on multiplie par un même nombre négatif non nul chaque membre d'une inégalité, on obtient une nouvelle inégalité de sens contraire. c est un nombre relatif strictement négatif ($c < 0$), si $a < b$ alors $a \times c > b \times c$.

Séquence 75: Notion d'inéquation

Objectif : Définir et transformer une inéquation.

Définition : Toute écriture pouvant se ramener sous la forme $ax + b < 0$ ou $ax + b > 0$ où a et b sont deux nombres donnés ($a \neq 0$) est appelée inéquation du premier degré à une inconnue x. $ax + b$ est le premier membre de l'inéquation tandis que 0 en est le second.

Propriétés :
1) Si on ajoute un même nombre à chaque membre d'une inéquation, on obtient une nouvelle inéquation qui a les mêmes solutions que l'inéquation de départ.
2) Si on multiplie par un même nombre positif non nul, chaque membre d'une inéquation, on obtient une nouvelle inéquation qui a les mêmes solutions que l'inéquation de départ ; l'inégalité ne changeant de sens.
3) Si on multiplie par un même nombre négatif non nul chaque membre d'une inéquation, on obtient une nouvelle inéquation qui a les mêmes solutions que l'inéquation de départ ; l'inégalité changeant de sens.

Séquence 76 : Résolution d'inéquations du 1er degré à une inconnue.
Objectif : Résoudre une inéquation du premier degré.
Définition : Résoudre une inéquation, c'est trouver toutes les solutions de l'inéquation.

Généralement, les solutions d'une inéquation du premier degré à une inconnue sont données :
- sous forme d'intervalles,
- sur une droite graduée en précisant la partie solution.

Résoudre dans $\mathbb{Q}$ une inéquation à une inconnue de la forme :
$x < a$; $x > a$ ou $x \leq a$; $x \geq a$; $a+x > b$; $a+x < b$ ou $a + x \leq b$; $a + x \geq b$
$ax < b$; $ax < b$ ou $ax \geq b$ et $a \leq b$ c'est déterminé les valeurs de x appartenant à $\mathbb{Q}$ qui vérifie l'inégalité.

Exemple 1 : Soit l'inéquation(I) : $x < -3$. Citons sept solutions de l'inéquation (I), puis représentons sur une droite graduée, toutes les solutions de (I).

. Les solutions de (I) sont les nombres qui sont plus petits que -3. Il suffit de choisir parmi tous les nombres plus petits que -3 sept nombres.
Par exemple : -17 ; -12 ; -6 ; -4 ; -5 ; -8 ; -15.
(Une autre personne choisira d'autres nombres plus petits que -3 et aura raison).

Représentons toutes les solutions de (I) sur une droite graduée.

Les solutions de (I) sont dans la partie non hachurée de la droite graduée.
Exemple 2 : 1- résolvons (I_1) : $x+7 > -6$ alors

$X > -13$

On l'a transformé en une équation du type x > u. Chaque nombre plus grand que -13 est solution de (I).

2- x+11< -8 (I_2) alors x<-8-11 alors x<-19. Chaque nombre plus petit que (-19) est l'ensemble des solutions (I).

3- (I_3) : 3x <5 alors

x < $\frac{5}{3}$

Tout nombre inférieur à $\frac{5}{3}$ est solution de (I_3)

Séquence 77 : Inéquations du type $ax + b < cx + d$

Objectif : Résoudre une inéquation du type ax+b < cx+d et mise en inéquation d'un problème d'inconnue x.

Par transformations successives, l'inéquation du type : ax + b < cx + d peut se ramener à l'inéquation x < u ou x>u

Exemple 1 : Résolvons l'inéquation : $4x - 1 < 6x - 4$.

- On pose l'inéquation : $4x - 1 < 6x - 4$.
- On ajoute par exemple l'opposé de 6x aux deux membres de l'inéquation.

On a :

$$4x - 1 + (-6x) < 6x - 4 + (-6x).$$
$$-2x - 1 < 0 - 4.$$
$$-2x - 1 < -4.$$

On trouve une inéquation du type $ax+b < c$.

On ajoute l'opposé de (-1) aux deux membres de l'inéquation. On a :

$$-2x - 1 + 1 < -4 + 1$$
$$-2x + 0 < -3$$
$$-2x < -3.$$

On obtient une inéquation du type $ax < b$.

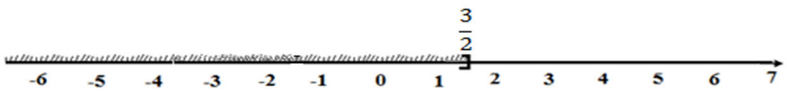
On multiplie les deux membres de l'inéquation par l'inverse de -2. On a :

$(-2x)\times(-\frac{1}{2}) > (-3)\times(-\frac{1}{2})$.
Le sens de l'inégalité change parce qu'on a multiplié les deux membres de l'inéquation par un nombre négatif.

Finalement, on obtient :

$(-2)\times(\frac{1}{-2}x) > \frac{3}{2}$. Donc $x > \frac{3}{2}$.

Tous les nombres plus grands que $\frac{3}{2}$ sont les solutions de l'inéquation. Sur une droite graduée, on a :



<u>Méthode :</u> Pour résoudre un problème se ramenant à une inéquation, on procède :

- au choix de l'inconnue que l'on peut désigner par une lettre : x, y, z,…. ;
- à la mise en inéquation en suivant scrupuleusement l'énoncé du problème ;
- à la résolution de l'inéquation posée ;
- à la vérification en revenant aux données du problème.

Leçons de la compétence de base 2 du deuxième trimestre

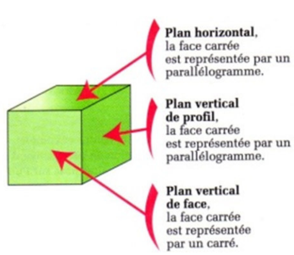
- Représentation des objets de l'espace (étude de la perspective cavalière)
- Cubes, prismes et pyramides.

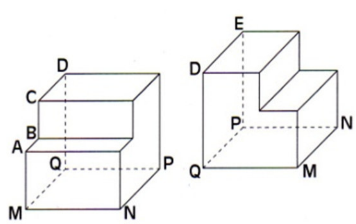
<u>Séquence 78</u><u>:</u> Représentation des objets de l'espace en perspective dans le plan.

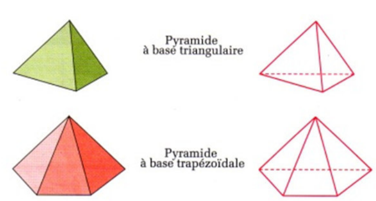
<u>Objectif :</u> Représenter en perspective simple et cavalière les objets de l'espace dans le plan.

Règles de la représentation en perspective simple. Pour représenter un objet de l'espace dans un plan, on utilise la représentation en perspective en suivant les trois règles suivantes :

- ✓ Les arêtes à supports parallèles sont représentées par des segments de supports parallèles sur le dessin ;
- ✓ Toute face de l'objet située dans un plan vertical de face est dessinée sans déformation ;
- ✓ Les arêtes cachées sont représentées par des pointillés.







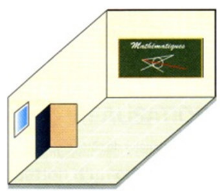
<u>Séquence 79</u> <u>:</u> Représentation en perspective cavalière

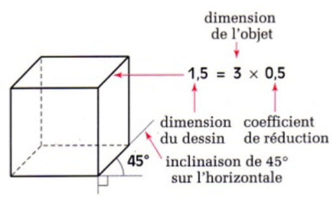
Objectif : Représenter un objet de l'espace en perspective cavalière

<u>Règles de représentation en perspective cavalière</u>.

Pour représenter un objet de l'espace dans un plan avec plus de précision, on utilise la représentation en perspective cavalière en suivant les cinq règles suivantes :

- ✓ Les arêtes à supports parallèles sont représentées par des segments de supports parallèles sur le dessin ;
- ✓ Toute face de l'objet située dans un plan vertical de face est dessinée sans déformation ;
- ✓ Les arêtes cachées sont représentées par des pointillés.
- ✓ Les arêtes de l'objet à supports perpendiculaires au plan vertical de face sont représentées par des segments à supports parallèles faisant un angle de mesure fixée a (inclinaison des fuyantes sur l'horizontale) avec la représentation de l'horizontale sur le dessin.
- ✓ Les longueurs des segments du dessin, représentant les arêtes de l'objet ayant des supports perpendiculaires au plan vertical de face, sont multipliés par un coefficient c appelé coefficient de réduction.

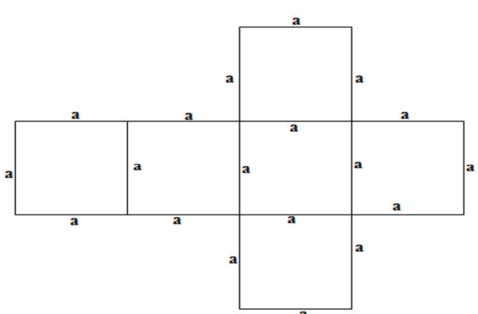




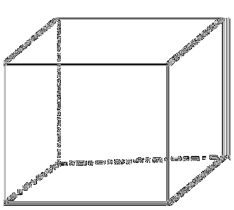
Séquence 80 : Représentation en perspective d'un cube.

Objectif : Réaliser un cube.

Règle : On réalise un cube d'arête a à partir d'un patron.



La représentation en perspective est donnée par la figure ci-contre :



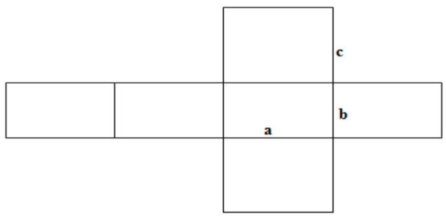
L'aire totale d'un cube d'arête a est : $A = 6a^2$.

Son volume est V= a × a × a = a^3.

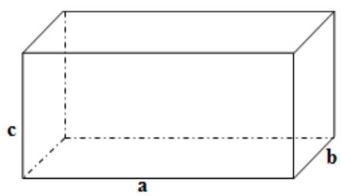
Séquence 81 : Représentation d'un prisme droit

Objectif : Réaliser un prisme droit.

Règle : On réalise un pavé droit de longueur a, de largeur b et de hauteur c à partir d'un patron.

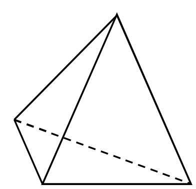


La figure suivante donne la représentation en perspective d'un parallélépipède rectangle de dimensions a, b, c.



L'aire latérale d'un pavé droit de dimensions a, b, c est : A=2(a×c +b×c).
L'aire totale d'un pavé droit de dimensions a, b, c est : At=2(a × c + b ×c + a×b).
Son volume est V= a×b×c.

Séquence 82 : Définition d'une pyramide.
Objectif : Définir une pyramide et calculer son volume
Définition : Une pyramide est une figure de l'espace ayant un sommet S n'appartenant pas au plan de sa base. La base d'une pyramide peut être un triangle, un carré, un polygone quelconque. Les faces d'une pyramide sont des triangles.



Retenons : Le volume d'une pyramide est égal à :
V=$\frac{1}{3}\beta$xh, où β est l'aire de la base et h la hauteur.
Séquence 83 : Aire d'une pyramide.
Objectif : Calculer l'aire latérale et aire totale d'une pyramide régulière
Retenons :

- L'aire latérale d'une pyramide est égale à la somme des aires de ses faces latérales.
- L'aire totale d'une pyramide est égale à la somme de l'aire latérale et l'aire de la base.

A_t=A_l+ β où Al est son aire latérale et β est l'aire de sa base

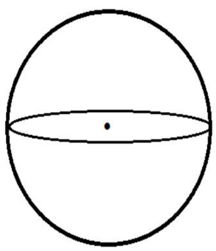
- Cas particulier d'une pyramide régulière.

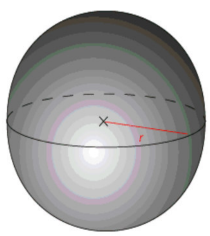
Pour cela, la hauteur d'une face latérale est appelée génératrice de cette pyramide.
$A_l = \frac{Pxa}{2}$, où P est le périmetre de sa base et a est la génératrice (hauteur)
NB : Seules les pyramides régulières possèdent des génératrices.
Solides de révolution.

- Sphères, cylindres droits et cônes
- Droites et plans de l'espace.
- Symétries centrales (figures symétriques par rapport à un point)

Séquence 84 : Définition d'une sphère et d'une boule.
Objectif : Définir une sphère et une boule et calcul de leurs volumes
Définition : r est un nombre positif.
- Une sphère de centre A et de rayon r est l'ensemble des points M de l'espace tels que : AM=r.
- Une boule de centre A et de rayon r est l'ensemble des points M de l'espace tels que AM≤ r .

Une sphère de centre I et de rayon r est souvent notée : S (I, r) et une boule de centre I et de rayon r est notée β (I, r), d'où S (I, r) $\subset \beta$ (I, r)

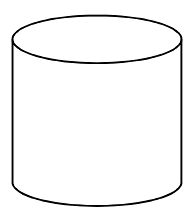




- L'aire d'une sphère de rayon r est égale à : $A=4\times \pi \times r^2$
- Le volume d'une boule de rayon r est égal à : $V=\frac{4}{3}\times \pi \times r^3$

Remarque : Si l'on fait tourner un demi-disque autour d'un axe qui est le support d'un diamètre, on obtient un solide de l'espace appelé boule.
La surface qui sépare l'intérieur et l'extérieur d'une boule est appelé sphère.

Séquence 85 : Définition d'un cylindre droit
Objectif : Définir un cylindre droit
Définition : Un cylindre est une figure de l'espace ayant deux bases circulaires superposables et une face latérale rectangulaire.



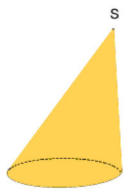
- Calculs d'aire et de volume

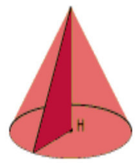
L'aire latérale d'un cylindre droit de base rayon r et hauteur h est : $A=2\times \pi \times h$ et l'aire totale de se cylindre est : $A_{t}=2\times \pi \times r^2+2\times \pi \times h$
Volume $V= \pi \times r^2\times h$

Séquence 86 : Définition d'un cône.

Objectif : Définir un cône

Définition : Un cône est une figure de l'espace ayant une base circulaire et un sommet S n'appartenant pas au plan de la base.





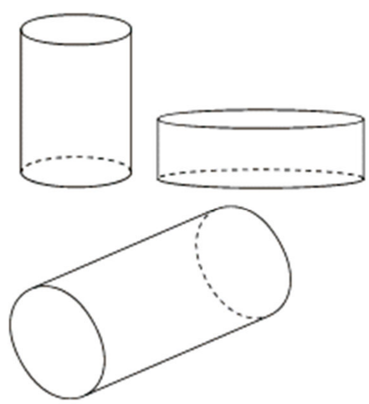
- Un cône de révolution dispose :
  - D'une base qui est un disque,
  - D'un sommet S.

Séquence 87 : Construction de patron d'un cylindre et d'un cône.

Objectif : Construire un patron d'un cylindre et d'un cône

Méthode de construction :

Avec du papier carton, on peut réaliser après dessin et confection d'un patron un cylindre droit : ses bases sont des disques superposables tandis que sa face latérale est une plaque carrée ou rectangulaire.



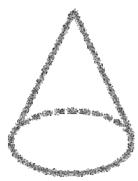
Méthode de construction :

Avec du papier carton, on peut réaliser après dessin et confection d'un patron un cône ayant un sommet S : sa base est un disque, sa face latérale est une section de disque ayant même surface de base que celle de sa base.

Séquence 88 : Représentation en perspective d'un cône.

Objectif : Représenter un cône en perspective

Règle : Un cône peut être représenté en perspective dans un plan par un triangle isocèle de sommet S. Sa base est alors le cercle de diamètre égal à la longueur de la base du triangle isocèle.

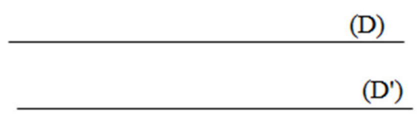


Séquence 89 : Détermination d'un plan défini.

Objectif : Déterminer un plan défini par :

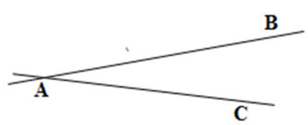
- Deux droites parallèles

Règle : Deux droites parallèles de l'espace déterminent un seul plan.



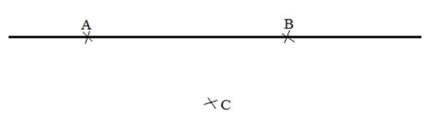
- Deux droites sécantes

Règle : Deux droites sécantes (AB) et (AC) de l'espace déterminent un seul plan.



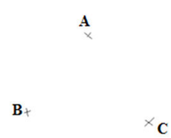
- Une droite et un point n'appartenant pas à cette droite.

Règle : Une droite (AB) donnée et un point C n'appartenant pas à la droite (AB) déterminent un seul plan de l'espace.



- Trois points non alignés

Règle : Trois points non alignés de l'espace déterminent un seul plan.

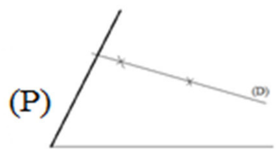


Séquence 90 : Droite contenue dans un plan.

Objectif : Reconnaitre ;

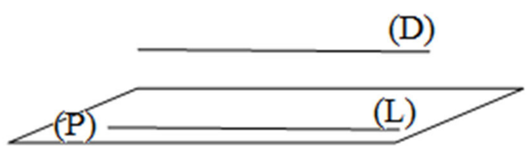
- Une droite contenue dans un plan.

Règle : (P) est un plan de l'espace. Une droite (D) de l'espace est contenue dans le plan (P) si elle passe par deux points distincts du plan (P).



- Une droite parallèle à un plan.

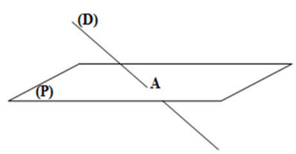
Règle : Une droite (D) est parallèle à un plan (P) de l'espace lorsqu'elle est parallèle à une droite (L) du plan (P).



(D) ∥(L) et (L) ⊂ (P) alors (D) ∥(P)

- Une droite sécante à un plan

Règle : Une droite (D) de l'espace est sécante à un plan (P) si elle coupe le plan (P) en un seul point.



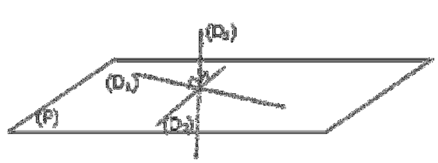
A∈ (D) et A∈ (P).

Si un autre point B ∈ (D) alors B∉ (P)

- Une droite perpendiculaire à un plan

Règle : Une droite (D) de l'espace est perpendiculaire à un plan (P) si elle est perpendiculaire à deux droites sécantes de ce plan.

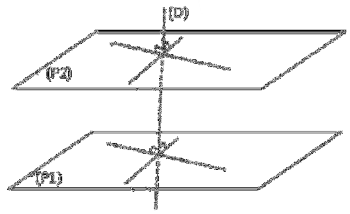
$(D_1) \subset (P)$, $(D_2) \subset (P)$ et (D_1) sécante à (D_2). Si une troisième droite (D_3) est perpendiculaire à (D_1) et à (D_2) alors (D_3) est perpendiculaire à (P).



Séquence 91 : Positions relatives de deux plans de l'espace.
Objectif : Identifier

- Deux plans parallèles de l'espace.

Règle : Deux plans (P_1) et (P_2) sont parallèles lorsqu'ils admettent une droite perpendiculaire commune.

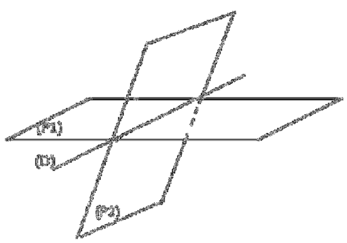


$(D)\perp(P_1)$ et $(D)\perp(P_2)$ alors $(P_1)\parallel(P_2)$

Propriété : Deux plans (P) et (P') sont parallèles s'ils n'ont aucun point commun et si toute droite contenue dans l'un est parallèle à l'autre.

- Deux plans sécants

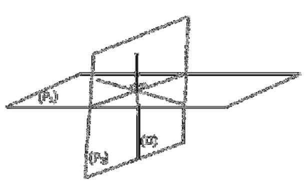
Règle : Deux plans (P_1) et (P_2) sont sécants lorsqu'ils admettent une droite commune.



Remarque : Deux plans ayant au moins un point commun ont une droite commune qui passe par ce point.

- Deux plans perpendiculaires

Règle : Deux plans (P_1) et (P_2) sont perpendiculaires si l'un contient une droite perpendiculaire à l'autre.



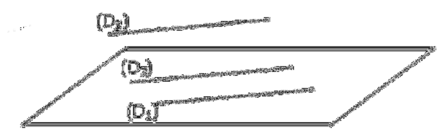
$(D)\subset(P_2)$ et $(D)\perp(P_1)$ alors $(P_1)\perp(P_2)$.

Séquence 92 : Positions relatives des droites de l'espace

Objectif : reconnaitre

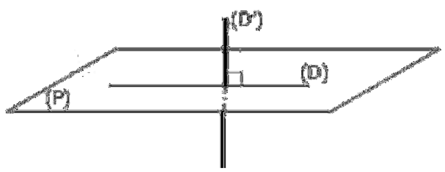
- Droites parallèles de l'espace

Propriété : Dans l'espace, si deux droites (D_1) et (D_2) sont parallèles à une même troisième (D_3) alors (D_1) est parallèle à (D_2).



- Droites orthogonales

Règle : Deux droites (D) et (D') de l'espace sont perpendiculaires si elles sont sécantes en un point suivant un angle droit.



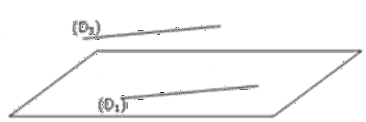
Deux droites (D) et (D') de l'espace sont orthogonales si l'une est parallèle à une droite perpendiculaire à l'autre et contenue dans le même plan que celle-ci.

- Des droites coplanaires

Règle : Des droites sécantes ou parallèles contenues dans un même plan sont coplanaires

- Les droites non coplanaires

Règle : Des droites qui n'appartiennent pas à un même plan sont non coplanaires.



Séquence 93 **:** Définition de l'application du plan

Objectif : Définir l'application du plan en notation f(M)=M', définir une symétrie centrale, dresser le tableau de correspondance.

Une relation f qui à tout point M du plan (P) associe un unique point M'du même plan (P) est appelée application du plan (P).

Si par f on fait correspondre à un point M le point M', on écrit :

f(M) = M'.

M est l'antécédent par f de M'

M'est l'image par f de M ;

f est une application de (P) dans (P).

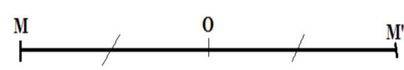
On note :

f : (P) → (P)

M↦ M' ou f(M) = M'.

Définition : O est un point du plan.

On appelle symétrie centrale de centre O l'application du plan qui, à tout point M du plan, associe l'unique point M' tel que O est milieu du segment [MM'].

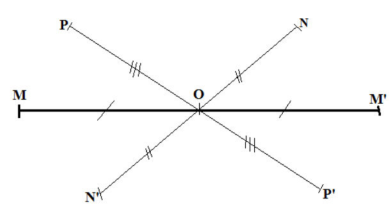


Les points M et M' sont symétriques l'un de l'autre.

Le centre O est son propre symétrique par la symétrie centrale de centre O.

NB : Par une symétrie centrale, à chaque point M du plan on fait correspondre un seul point M' du plan. Une symétrie centrale est donc une application du plan.

Une symétrie centrale de centre O est notée So.



Ainsi So(M) = M'

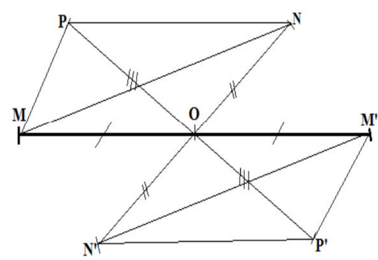
<u>Séquence 94</u> **:** Utilisation d'un tableau de correspondance pour justifier qu'une symétrie centrale est une application.

<u>Objectif :</u> Justifier qu'une symétrie centrale est une application.

<u>Règle :</u> Par une symétrie centrale de centre O, on peut faire correspondre à chaque point M du plan un unique symétrique M'.

Le tableau à deux colonnes qui contient dans la colonne de gauche les points antécédents et dans la seconde colonne de droite les points images est appelé tableau de correspondance.

So	
M	**M'**
P	**P'**
N	**N'**



<u>Séquence 95</u> **:** Utilisation des propriétés de la symétrie centrale pour démontrer et pour construire.

<u>Objectif :</u> Mettre en évidence une symétrie centrale et utiliser pour démontrer ou pour construire.

<u>Propriétés :</u> Par une symétrie centrale,

- les images des points alignés sont alignées ;
- l'image d'une demi-droite est une demi-droite ;
- l'image d'une droite est une droite ;
- les images de deux droites parallèles sont des droites parallèles ;
- les images de deux droites sécantes sont des droites sécantes ;
- l'image d'un cercle est un cercle de même rayon ;
- l'image d'un angle est un angle de même mesure ;
- l'image d'un segment est un segment de même mesure ;
- les images de deux droites perpendiculaires sont des droites perpendiculaires.

<u>Méthode :</u> On peut utiliser les symétries centrales pour démontrer :

- Que des points sont alignés ;
- Que deux segments ont même longueur ;
- Que deux angles ont même mesure ;
- Que deux droites sont parallèles, sécantes, perpendiculaires ;
- Qu'un point est milieu d'un segment….

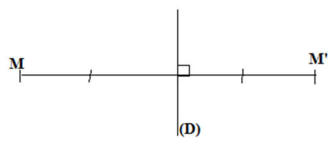
Symétrie orthogonale, vecteurs, translations et parallélogrammes, sommes de vecteurs

Séquence 96 : Symétrie orthogonale (figures symétriques par rapport à une droite)

Objectif : Définir une symétrie orthogonale et dresser un tableau de correspondance

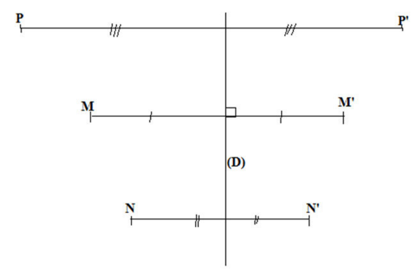
Définition :(D) est une droite du plan.

On appelle symétrie orthogonale d'axe (D) l'application du plan qui, à tout point M du plan, associe l'unique point M' tel que (D) est médiatrice du segment [MM'].



Les points M et M' sont symétriques l'un de l'autre. Tous les points de l'axe de symétrie (D) sont leurs propres symétriques par la symétrie orthogonale d'axe (D).

NB : Par une symétrie orthogonale, à chaque point M du plan on fait correspondre un seul point M' du plan. Une symétrie orthogonale est donc une application du plan.

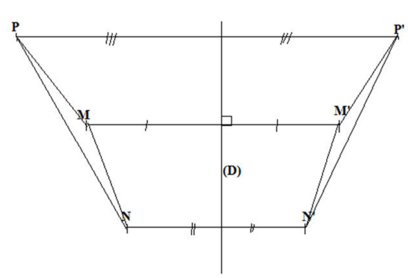


Une symétrie orthogonale d'axe (D) est notée $S_{(D)}$.

Ainsi $S_{(D)}(\mathrm{M}) = \mathrm{M'}$

Règle : Par une symétrie orthogonale d'axe (D), on peut faire correspondre à chaque point M du plan un unique point symétrique M'. Le tableau de deux colonnes qui contient dans la colonne de gauche les points antécédents et dans la colonne de droite les points images est appelé tableau de correspondance de la symétrie orthogonale.

$S_{(D)}$	
M	**M'**
P	**P'**
N	**N'**



Séquence 97 **:** Propriétés des symétries orthogonales

Objectif : Utiliser les propriétés de la symétrie orthogonale pour démontrer et pour construire.

Propriétés : Par une symétrie orthogonale d'axe (D) donné,

- Les images des points alignés sont des points alignés ;
- L'image d'une demi-droite est une demi-droite ;
- L'image d'une droite est une droite ;
- Les images de deux droites parallèles sont des droites parallèles ;
- Les images de deux droites sécantes sont des droites sécantes ;
- L'image d'un cercle est un cercle de même rayon ;
- L'image d'un angle est un angle de même mesure ;
- L'image d'un segment est un segment de même longueur ;
- Les images de deux droites perpendiculaires sont des droites perpendiculaires.

Séquence 98 **:** Utilisation du tableau de correspondance.

Objectif : Mettre en évidence une symétrie orthogonale et utiliser pour démontrer et pour construire.

Méthode : A partir d'un tableau de correspondance d'une symétrie orthogonale, on peut déterminer les images des droites, des segments, des milieux et médiatrices des segments….

Méthode

On peut utiliser les symétries orthogonales pour démontrer :

- Que des points sont alignés ;
- Que deux segments ont même longueur ;
- Que deux angles ont même mesure ;
- Que deux droites sont parallèles, sécantes, perpendiculaires ;
- Qu'un point est milieu d'un segment ;
- Qu'une droite est médiatrice d'un segment…

Séquence 99 **:** Vecteurs.

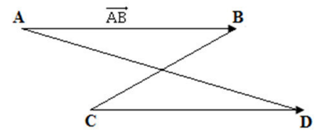
Objectif : Définir un vecteur et reconnaitre la direction d'une droite puis les sens liés à cette direction.

Définition : A et B sont deux points du plan.

L'ensemble de tous les couples de points (C, D) du plan tels que les segments [AD] et [BC] aient même milieu est appelé vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Il est caractérisé par :

- Une direction : la droite (AB) et toutes les droites parallèles à (AB) ;
- Un sens : de A vers B ;
- Une norme : la longueur du segment [AB].



Un vecteur $\overrightarrow{AB}$ est généralement noté $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ etc. On écrit $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$

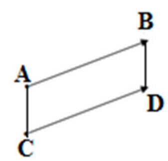
<u>NB :</u> Si le point A coïncide avec le point B, c'est-à-dire $A = B$, on dit que le vecteur $\overrightarrow{AA}$ est nul et on note $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$.

Le vecteur $\overrightarrow{AA}$ n'a ni direction ni sens mais sa norme est égale à zéro.

<u>Séquence 100</u> <u>:</u> Egalité des vecteurs.

<u>Propriétés :</u>

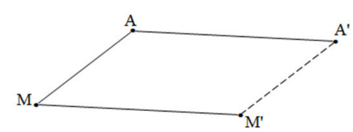
1) Deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux si le quadrilatère ABDC est un parallélogramme.



Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ alors ABDC est un parallélogramme.

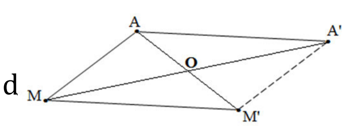
2) A, A', M et M' sont quatre points non alignés.

$\boxed{\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{MM'} \text{ signifie A A' M'M est un parallélogramme.}}$

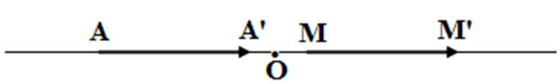


3) A, A', M et M' sont quatre points du plan.

$\boxed{\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{MM'} \text{ équivaut à [AM'] et [A'M] ont le même milieu.}}$



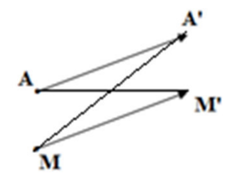
<u>NB :</u> Lorsque les points A, A', M et M' sont tous alignés, on parle d aplati.



Séquence 101 : Translation.

Objectif : Définir une translation, construire l'image d'un point par une translation.

Définition : Soit (A, A') un couple de points du plan et M un point de ce plan.



On appelle image du point M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AA'}$ le point M' tel que les segments [AM'] et [A'M] aient même milieu.

On note $t_{\overrightarrow{AA'}}$ (M) = M' alors $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AA'}$.

Propriété : A, A', M, M' sont des points du plan.

L'image de M par la translation $t_{\overrightarrow{AA'}}$ (translation de vecteur $\overrightarrow{AA'}$) est M' équivaut à

$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AA'}$.

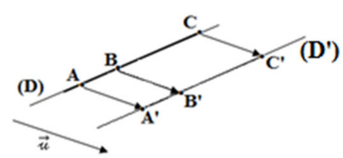
Séquence 102 : Image par une translation.

Objectif : Mettre en évidence une translation et utiliser pour démontrer ou pour construire.

Propriétés : Par une translation de vecteur $\vec{u}$:

1) Des points alignés ont pour images des points alignés ;

2) Une droite a pour image une droite de même direction ;



3) Un segment a pour image un segment de même longueur.

On dit que la translation conserve les distances.

4) Si l'angle $\widehat{x'o'y'}$ est l'image de l'angle $\widehat{xoy}$, on a :

$\text{mes}\widehat{xoy} = \text{mes}\widehat{x'o'y'}$.

On dit que la translation conserve les mesures d'angles

5) L'image d'un cercle de rayon r est un cercle de même rayon r.

Séquence 103 : La translation et l'application du plan dans le plan.

Objectif : Utiliser la relation de Chasles

Propriété : Une translation est une application du plan dans le plan.

La translation qui amène A en B, suivie de la translation qui amène B en C est la translation des vecteurs $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$. On a ainsi : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$.

Séquence 103 : Sommes de vecteurs.

Objectif : Construire la somme de deux vecteurs.

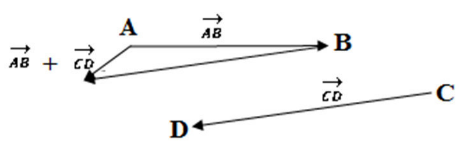
Règle : A, B et C sont trois points distincts du plan.

Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ est la somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$.

La relation $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ est appelée égalité de Chasles.

Méthode : Pour construire la somme de deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$,

- On construit le vecteur $\overrightarrow{AB}$;
- On construit le vecteur $\overrightarrow{CD}$ de sorte que le point C coïncide avec le point B.
- On construit enfin le vecteur $\overrightarrow{AD}$ comme somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$.

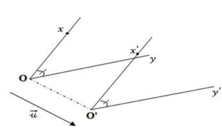


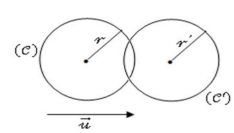
Séquence 104 : Calcul de la somme de plusieurs vecteurs.

Objectif : Calculer la somme de plusieurs vecteurs.

Règle : Pour calculer la somme de plusieurs vecteurs, on peut déplacer et regrouper certains vecteurs.

Exemple : calculer la somme de vecteurs suivante : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{EF}$





$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{EF} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}) + \overrightarrow{EF} + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DF})$$

$$= (\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF}) + \overrightarrow{CF}$$

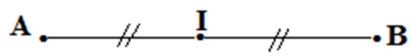
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CF}$$

Séquence 105 : Caractérisation vectorielle du milieu d'un segment.

Objectif : Utiliser les caractérisations vectorielles du milieu d'un segment.

Propriété : A, B et I sont trois points distincts du plan.

Si le point I est milieu du segment [AB] alors $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.



Si $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$ alors I est milieu de [AB].

$\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}$; $\overrightarrow{IA}=\overrightarrow{BI}$ et $\overrightarrow{IA} =- \overrightarrow{IB}$ toutes ces affirmations suivantes sont équivalentes.

Séquence 106 : Opposé d'un vecteur et le vecteur nul.

Objectif : Reconnaitre le vecteur nul et déterminer l'opposé d'un vecteur.

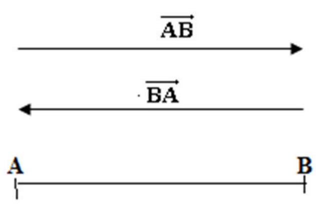
Définition : A et B sont deux points distincts du plan. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA}$.

Le vecteur $\overrightarrow{AA}$ est appelé le vecteur nul.

On note $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$

Et comme $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$, on dit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont opposés et on note

$\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$.



NB : Deux vecteurs opposés ont la même direction, la même longueur mais des sens opposés.

Exercices d'entrainement de la compétence de base 1 du deuxième trimestre

Exercice 1

1) Calcule : $\left(\frac{-2}{7}\right)^4$; $\left(\frac{4}{5}\right)^2$; $\left(\frac{-5}{9}\right)^3$; $\left(\frac{3}{4}\right)^5$.

2) Ecris sous forme de puissance à exposant entier les nombres rationnels suivants :

$\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}$; $\frac{5}{4}\times\frac{5}{4}\times\frac{5}{4}\times\frac{5}{4}\times\frac{5}{4}$; $\frac{-3}{7}\times\frac{-3}{7}\times\frac{-3}{7}$.

3) Ecris sous la forme d'une seule puissance d'un nombre rationnel : $\left(\frac{5}{7}\right)^2\times\left(\frac{5}{7}\right)^6$; $\left(\frac{-3}{4}\right)^3\times\left(\frac{-3}{4}\right)^2$; $\left(\frac{7}{3}\right)^5\times\left(\frac{7}{3}\right)^8$; $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^3\right)^2$; $\left(\left(\frac{5}{6}\right)^4\right)^3$; $\left(\left(\frac{-3}{2}\right)^5\right)^2$; $\left(\left(\frac{7}{9}\right)^3\right)^4$.

Exercice 2 Ecris à l'aide de la puissance d'un seul nombre : a) $\frac{5^6}{5^9}$; b) $\frac{7^{-2}\times(-7)^5}{7^3\times 7^{-4}}$;

c) $\frac{2^4\times(-2)^9}{(-2)^{11}}$.

Exercice 3 Calcule de deux manières différentes chacun des nombres suivants : $\left(\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}\right)^2$; $\left(\frac{5}{2}\times\frac{3}{10}\right)^3$; $\left(\frac{3}{-2}\times\frac{4}{5}\right)^3$.

Exercice 4

1) Donne :

a) La troncature à une décimale de $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{9}$.
b) La troncature à deux décimales de $\frac{4}{9}$; $\frac{11}{3}$.
c) La troncature à trois décimales de π ; $\frac{22}{7}$.

2) Trouve deux décimaux consécutifs d'ordre deux puis deux autres décimaux consécutifs d'ordre trois.

Exercice 5

a) Donne l'approximation décimale par défaut d'ordre deux de chacun des nombres suivants : $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{11}{3}$; $\frac{22}{7}$.
b) Donne l'approximation décimale par excès d'ordre trois de chacun des nombres rationnels suivants : $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{11}{3}$; $\frac{22}{7}$.

Exercice 6

1) Donne l'arrondi d'ordre trois des chacun des nombres rationnels suivants : $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{11}{3}$; $\frac{22}{7}$.

2) Ecris deux entiers relatifs qui encadrent les nombres rationnels suivants :

$\frac{41}{55}$ $\frac{165}{97}$ $\frac{-741}{234}$ $\frac{56}{85}$

Exercice 7

Treize personnes décident de partager équitablement 59 mètres de tissus. En désignant par ℓ (en mètres) la longueur de tissu reçu par chacun.

a) Donne un encadrement de ℓ par deux nombres décimaux d'ordre 2. En déduire l'approximation décimale par défaut et par excès d'ordre 2 de ℓ ;

b) Donne l'arrondi d'ordre 2 de ℓ.

Exercice 8 Traduis chacune des phrases suivantes par une expression littérale :

a) Ajoute 3 au produit de 4 par a ;
b) multiplie la somme de -2 et de 1 par a ;
c) la somme du double de a et du produit de a par b ;
d) la somme de trois nombres entiers naturels consécutifs

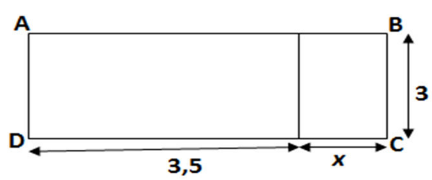
Exercice 9 On donne $S = a + b + ab$.

Calcule S pour :

a) a =(-2) et b =(-5) .
b) a =(-3,5) et b =(6,4).
c) $a = \frac{1}{3}$ et $b = \frac{-5}{6}$.

Exercice 10

L'unité de longueur est le cm.



Exprime en fonction de x :
-le périmètre P du rectangle ABCD
-l'aire $\mathcal{A}$ de ce même rectangle.

Exercice 11

Effectue les produits suivants :

$(-3a) \times (-2b)$; $(7a) \times (-5b)$; $(3a) \times (6b)$; $(-2a) \times (7b)$.

Exercice 12

1. Effectue les produits suivants : A = $-5x(a - 3)$; B = $3u(u + 5)$; C = $x + 2(x - 7) - (x + 8)$
2. Développe les produits suivants : A = $(2x + 3)(y + 7)$; B = $(a + 2)(b - 5)$;
   C = $(\frac{5}{3}x + \frac{6}{5})(\frac{5}{6}y + 3)$

Exercice 13

a) Parmi les expressions suivantes, identifie les sommes ou les produits :

$x^2 - 1$; $(2x + 1)(4 - x)$; $3x(x^2 - 1) + 5x^2$; $(4 - x)(3x - 1)$; $2x^2 - 4x + 1$.

b) Pour chaque expression, selon qu'elle soit une somme ou un produit, précise ses termes ou ses facteurs.

Exercice 14

Moussa pose une devinette à Jacques en ces termes : le triple d'un nombre augmenté de 1 est égal au double de ce nombre, diminué de 5.

a) Jacques se dit que cette devinette peut être traduite par une équation. Aide – le à écrire l'équation cherchée.
b) Peux- tu trouver une solution à cette équation ?

Exercice 15

x étant un nombre, résous les équations suivantes :

a) $x - 25 = 4$; b) $9 + x = 24$.

Exercice 16

Résous les équations suivantes : $8x = 3$; $\frac{2}{3}x = -42$; $-\frac{3}{14}x = \frac{12}{7}$.

Exercice 17

Résous les équations suivantes : $3 - 4x = 5 - 6x$; $-2x - 3 = 4x - 5$;
$-\frac{1}{3} - \frac{5}{4}x = -\frac{3}{4} - \frac{2}{3}x$.

Exercice 18

Trouve trois nombres entiers consécutifs tels que leur somme soit 567.

Exercice 19

La somme des âges de Henri, Seydou et Halina est égale à 105ans. Trouve l'âge de chacun d'eux sachant que Seydou est deux fois plus âgé que Henri et que Halina a 10 ans de moins que Seydou.

Exercice 20

Pour chaque inéquation, représente l'ensemble des solutions sur une droite graduée :

a) $3x < 6$; b) $-7x > 14$; c) $x - 4 > -7$; d) $5 - x > 5$.

Exercice 21

Tu as acheté une lampe torche à 1200 F et deux paquets de sucre au marché. x désigne le prix d'un paquet de sucre (en francs). Exprime le coût total en fonction de *x.* Tu te rappelles avoir dépensé moins de 3500 F. Ecris l'inéquation correspondant à cette situation. Résous l'inéquation obtenue.

Enoncé 1 Le nombre π est égal à 3,141 592 653 589 793 238 …

a) Trouve un encadrement de π par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre trois.
b) Donne l'approximation décimale d'ordre deux par défaut de π.
c) Donne l'approximation décimale d'ordre cinq par excès de π.
d) Donne les arrondis d'ordre trois, quatre, cinq et six de π.
   1) Développe chaque produit et réduis la somme obtenue :
      a) $(a+1)(a+2)+(a-1)(a-2)$; b) $(x-1)(x+1)-(x-2)(x+2)$;
      c) $2c(1-5c)-3+(4c-2)c$; d) $3(b^2+3b-5)-7(-3b^2+2b-1)$.

Corrigé de l'énoncé 1

On donne le nombre $\pi = 3{,}1415926 \dots$

a) Traçons un encadrement de π par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre trois :

$\pi = 3{,}141 < \pi < 3{,}142$.

b) L'approximation décimale d'ordre deux par défaut de π.

$$\pi = 3{,}14.$$

c) L'approximation décimale d'ordre cinq par excès de π.

$$\pi = 3{,}14160.$$

1) Développons chaque produit et réduisons la somme obtenue.
a) $(a+1)(a+2)+(a-1)(a-2)=\cancel{a^2}+3a+\cancel{2}+a^2-3a+2$
   $=2a^2+4$
b) $(x-1)(x+1)-(x-2)(x+2)= x^2-1-(x^2-4)$
   $=\cancel{x^2}-1\cancel{-x^2}+4=3$
c) $2c((1-5c)-3+(4c-2)c = \cancel{2c}-10c^2-3+4c^2\cancel{-2c}= -6c^2-3$
d) $3(b^2+3b-5)-7(-3b^2+2b-1) = 3b^2+9b-15+21b^2-14b+7= 24b^2-5b-8$

Enoncé 2 1) Résous les équations suivantes :

$3x = 4{,}8$; $-\frac{3}{5}x = -21$; $\frac{2}{7}x = -\frac{9}{28}$

$-4x + 3 = 5$; $-5x - 3 = -7$; $\frac{6}{5}x - \frac{1}{3} = 5$

$-2x + 3 = 4x - 5$; $-2 - 7x = -5x - 1$; $x + 3{,}7 = 4{,}5$; $x - 2{,}5 = 5{,}2$.

2) Pour chacune des inéquations suivantes, trouve trois nombres qui sont solutions et deux autres nombres qui ne sont pas solutions :

a) $2x + 3 < 4x + 5$; b) $\frac{5}{6}x + 2 < 1$;

c) $\frac{6}{5}x - \frac{1}{3}. < 5$; d) $3(7x - 4) > 9 + 18x$.

Corrigé de l'énoncé 2

1) Résolvons les équations suivantes.

3x=4,8 ⇒ x=1,6 ; $-\frac{3}{5}$x= -21 ⇒ x=$\frac{-21\times5}{-3} = 35$; $\frac{2}{7}x = -\frac{9}{28}$ ⇒ x=$-\frac{9}{28} \times \frac{7}{2} = -\frac{9}{8}$; -4x+3= 5 ⇒ -4x=2=$-\frac{1}{2}$; -5x-3= -7 ⇒ -5x=-4 =$\frac{4}{5}$; $\frac{6}{5}x - \frac{1}{3} = 5$ ⇒ $\frac{6}{5}x = \frac{16}{3}$ ⇒ x=$\frac{16\times5}{3\times6} = \frac{40}{9}$; -2x+3=4x-5 ⇒ 8=6x=$\frac{8}{6} = \frac{4}{3}$; -2-7x=-5x-1 ⇒ -2x=1= $-\frac{1}{2}$

X+3,7=4,5 ⇒ x=0,8 ; x-2,5=5,2 ⇒ x= 7,7

2) Pour chacune des inéquations suivantes, trouvons trois nombres qui sont solutions et deux autres nombres qui ne sont pas solutions

a) 2x+3<4x+5, -2x<2, x>-1 alors 0,1,2 sont solution, -2,-3 ne sont pas solution
b) $\frac{5}{6}x + 2 < 1, \frac{5}{6}x < -1 \Rightarrow x < -\frac{6}{5}$⇒-2,-3,-10 sont solutions, 1,2,etc ne sont pas.
c) $\frac{6}{5}x - \frac{1}{3} < 5 \Rightarrow \frac{6}{5}x < \frac{16}{3} \Rightarrow x < \frac{16\times5}{6\times3} \Rightarrow x < \frac{40}{9}$ 3,2,1 sont solutions 5, 6 ne sont pas solutions
d) 3(7x-4) >9+18x ⇒ 21x-12> 9+18x ⇒ 3x >21 ⇒ x> $\frac{21}{3}$ 8, 9, 10 sont solutions 6, 5, 2 ne sont pas solutions

Exercices d'entrainement de la compétence de base 2 du deuxième trimestre

Exercice 1

a) Dessine sur ta feuille de cahier un cube de façon que les arêtes invisibles soient représentées par des pointillés.
b) Dessine sur ta feuille de cahier un prisme droit à base triangulaire de sorte que les arêtes invisibles soient représentées par des pointillés.
c) Dessine sur ta feuille de cahier une pyramide ayant une base triangulaire de façon que les arêtes invisibles soient représentées par des pointillés.

Exercice 2

1) Représente en perspective un cube d'arête 9cm.
2) Représente en perspective un pavé droit ayant une base carrée de 5cm de côté et de hauteur 7cm.

Exercice 3

Représente en perspective cavalière, en suivant les instructions suivantes :

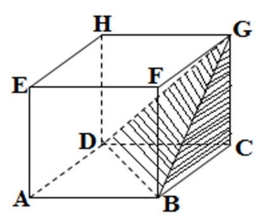
1) Un cube d'arête 5cm, sachant que l'inclinaison des fuyantes sur l'horizontale est a = 30° et le coefficient de réduction c = ½.
2) Un parallélépipède rectangle de longueur 9cm, de largeur 5cm et hauteur 7cm sachant que l'inclinaison des fuyantes sur l'horizontale est a = 30° et le coefficient de réduction c = ½.
3) Une pyramide à base carrée de côté 5cm sachant que l'inclinaison des fuyantes sur l'horizontale est a = 30° et le coefficient de réduction c = ½.

Exercice 4

Dessine deux patrons différents d'une même pyramide régulière dont les trois faces et la base sont des triangles équilatéraux.

Exercice 5

Le solide ci-dessous est un cube de 5cm d'arrêtes.



Quelle est la nature du solide hachuré ?

La décrire en précisant la nature de toutes ses faces

Exercice 6

Représente en perspective une sphère de rayon égal à 4cm.

Exercice 7

a) A partir d'une ligne horizontale, trace deux segments à supports parallèles de même longueur L = 7cm et distants de 5cm l'un de l'autre.
b) Sur les plans horizontaux parallèles des extrémités des deux segments, construis deux cercles de même diamètre égal à la distance entre les deux segments tracés. Quelle figure obtiens-tu ?

Exercice 8

Représente en perspective sur ta feuille de cahier un cylindre droit ayant 7cm de hauteur et dont le diamètre des bases est 4cm.

Exercice 9

Construis en perspective sur ta feuille de cahier un cône de sommet S dont le diamètre de la base est 3cm.

Exercice 10

1) Calcule l'aire d'une sphère de rayon r = 7cm.

2) Calcule l'aire latérale puis l'aire totale d'un cylindre droit de rayon r = 35cm et de hauteur h = 1m.

Exercice 11

1) Calcule le volume d'une boule de rayon r = 4cm.

2) Calcule le volume d'un cylindre droit de hauteur h = 7cm et de rayon de base r = 3cm.

3) Calcule le volume d'un cône de hauteur h = 9cm et de rayon de base r = 3cm.

Exercice 12

1) Trace deux droites parallèles et hachure le plan qu'elles déterminent
2) Trace deux droites sécantes (MN) et (MP).

Hachure le plan déterminé par les deux droites (MN) et (MP).

Exercice 13

B et C sont trois points non alignés du plan.

a) Construis un prisme droit ayant le triangle ABC comme une base.

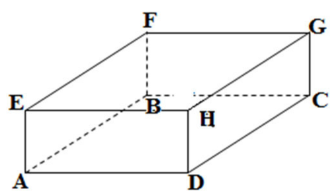
b) Hachure le plan déterminé par les trois points non alignés A, B et C.

Exercice 14

Construis un parallélépipède rectangle ABCDEFGH et cite quatre plans de cet objet deux à deux parallèles.

Exercice 15

La figure ci-dessous représente un parallélépipède rectangle.



a)

- Les points A, B et H sont-ils coplanaires ?

- Les points A, B, H et G sont-ils coplanaires ?

- Les points B, H, D et C sont-ils coplanaires ?

b). Trouve tous les plans contenant quatre sommets du parallélépipède rectangle. Quels sont, parmi ces plans, ceux qui ne contiennent pas de faces ?

c). Trouve tous les plans contenant seulement trois sommets du parallélépipède rectangle.

d)

-Trouve quatre exemples de droites parallèles ;

-Trouve quatre exemples de droites sécantes ;

-Trouve quatre exemples de droites non coplanaires ;

-Indique si les plans suivants sont sécants ou parallèles :

a- (EFH) et (QBC) ;

b- (EFH) et (ABF) ;

c- (DCG) et (DHG) ;

d- (BCF) et (ABD).

Exercice 16

a) Trace une droite (D) du plan. On désigne par $S_{(D)}$ la symétrie orthogonale d'axe (D).
b) Place quatre points A, B, C et D tous distincts et non situés sur (D). Construis les symétriques respectifs A', B', C' et D' de chacun de ces points par la symétrie orthogonale d'axe (D).
c) Dresse un tableau à deux colonnes ayant dans la première colonne les points antécédents A, B, C et D et dans la seconde colonne les points images A', B', C' et D'.

Exercice 17

Trace une droite (D) du plan.

a) Trace une droite (D') quelconque non confondue à (D) et construis son symétrique par la symétrie orthogonale d'axe (D).

b) Trace deux droites (L) et (L') parallèles et construis les symétriques respectifs des deux droites par la symétrie orthogonale d'axe (D). Que remarques-tu ?

c) Trace deux droites sécantes (K) et (K') et construis les symétriques respectifs des deux droites par la symétrie orthogonale d'axe (D). Que constates-tu ?

d) Trace un cercle de centre A et de rayon r = 5cm puis construis son symétrique par la symétrie orthogonale d'axe (D). Que remarques-tu ?

e) Construis un angle quelconque de sommet B et construis le symétrique de cet angle par la symétrie orthogonale d'axe (D). Que remarques-tu ?

f) Construis deux droites (H) et (H') perpendiculaires et construis les symétriques respectifs des deux droites par la symétrie orthogonale d'axe (D). Que constates-tu ?

Exercice 18

ABCD est un trapèze rectangle tel que (AD) est perpendiculaire à (AB) et à (DC). On désigne par $S_{(DC)}$ la symétrie orthogonale d'axe (DC) et par $S_{(AD)}$ la symétrie orthogonale d'axe (AD).

On donne : $S_{(DC)}(\mathrm{B}) = \mathrm{E}$ et $S_{(DC)}(\mathrm{A}) = \mathrm{F}$ puis $S_{(AD)}(\mathrm{C}) = \mathrm{G}$, $S_{(AD)}(\mathrm{E}) = \mathrm{H}$.

1) Montre que D est le milieu de [BH].
2) Quelle est la nature du quadrilatère ABFH ?

Exercice 19

A et B sont deux points distincts du plan.

a) Place des couples de points (C, D) ; (E, F) et (G, H) tels que [AD] et [BC] aient même milieu ; [CF] et [DE] aient même milieu ; [EH] et [FG] aient aussi même milieu.
b) Quelle est la nature des quadrilatères ABDC ? CDFE ? EFHG ?
c) Que peux-tu dire des couples de points (A, B) ; (C, D) ; (E, F) et (G, H) ?

Exercice 20

Trace un triangle ABC et un vecteur $\vec{u}$.

a) Construis A', B' et C', images des points A, B et C par la translation du vecteur $\vec{u}$.

b) Avec les points de la figure, écris tous les vecteurs égaux à $\vec{u}$.

c) Déduis-en une liste de trois parallélogrammes.

d) Cite un vecteur égal à $\overrightarrow{AC}$ et un vecteur égal à $\overrightarrow{CB}$.

Exercice 21

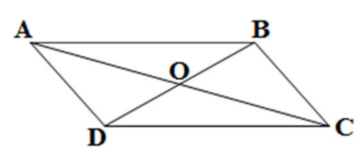
On considère une droite (D) du plan, les points A, B et C appartenant à la droite (D).

Soit P un point du plan n'appartenant pas à (D).

a) Construis les points A', B' et C' images respectives de A,B et C par la translation $t_{\overrightarrow{\mathrm{AP}}}$ .Où est situé le point A'?

b) Que peux-tu dire des points P, B' et C' ?

c) Identifie les vecteurs égaux.



Exercice 22

On donne le parallélogramme ABCD de centre O.

t	
O	B
A	E
B	F
C	G
D	..

t est la translation qui applique O sur B.

Reproduis la figure et construis les points E, F et G.
Quelle est l'image de D par la translation t ?

Exercice 23

ABCD est un parallélogramme.

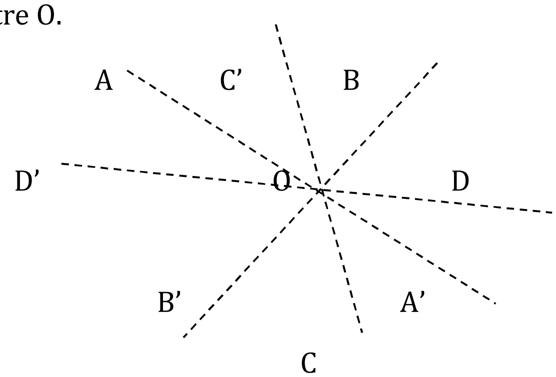
1) Construis les sommes des vecteurs $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}$.
2) Calcule $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{EF}$; $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{CA}$.

Enoncé 1

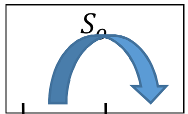
a) Fixe un point O du plan. On désigne par S_o la symétrie de centre O ;
b) Place quatre points A, B, C et D tous distincts de O et construis les symétriques respectifs A', B', C' et D' de chacun de ces points par la symétrie de centre O.
c) Dresse un tableau à deux colonnes ayant dans la première colonne les points antécédents A, B, C et D et dans la seconde colonne les points images A', B', C' et D'.

Corrigé de l'énoncé 1

a) Fixons un point O du plan on désigne par S_o la symétrie de centre O.
b) Plaçons quatre points A, B, C et D tous distincts de O et construisons les symétriques respectifs A', B', C' et D' de chacun de ces points par la symétrie de centre O.



c) Dressons un tableau à deux colonnes ayant dans le première colonne les points antécédents A, B, C et D et dans la seconde colonne les points images A', B', C' et D'



A	A'
B	B'
C	C'
D	D'

Enoncé 2 Complète les égalités suivantes en utilisant la relation de Chasles :

a) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MK} = \ldots.$
b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B\ldots} = \overrightarrow{AM}$
c) $\overrightarrow{K\ldots} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{KC}$.
d) $\overrightarrow{\ldots M} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{K\ldots}$
e) $\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{\ldots K} + \overrightarrow{K\ldots}$
f) $\overrightarrow{B\ldots} = \overrightarrow{\ldots K} + \overrightarrow{\ldots A}$

Corrigé de l'énoncé 2

Complétons les égalités suivantes en utilisant la relation de Chasles.

g) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MK} = \overrightarrow{AK}$; b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AM}$; **c)** $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{KC}$; d) $\overrightarrow{KM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{KB}$
h) $\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{EK} + \overrightarrow{KH}$; **f)** $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BK} + \overrightarrow{KA}$

EVALUATION

Exercice 1

1) Réduis les expressions littérales suivantes :

$A = (7x - 5) - (5x + 3) - (50 - 3x)$.

$B = \frac{(2X-1)}{3} + \frac{(X-1)}{4} - \frac{(X-2)}{12}$.

$C = \frac{(2X-3)}{8} - \frac{(X+3)}{6} - \frac{(X-3)}{12}$.

$D = 4(x - 3) - \frac{3(X+4)}{5} - \frac{2X+1}{10}$.

2) Développe et réduis les expressions littérales suivantes :

$A = 1{,}5(x + 2) + 3(0{,}8x - 2)$.

$B = 5(x + 2) - 2x - 2(x + 4)$.

$C = 2\,(x - 1) - 3(x - 5)$.

$D = -3(x + 4) + 5(x - 7)$.

Exercice 2 x étant un nombre relatif, factorise les sommes suivantes :

$49x^3 - 7x^2$; $9x^3 - 4x$; $16x^2 - 8x + 1$; $3(x - 1) + 2x(x - 1)$; $4x^2 + 24x + 36$;

$x^2 - \frac{9}{4}$; $9 - 6x + x^2$.

Exercice 3

a) Construis un cercle de centre O puis trace une droite (D) support d'un diamètre de ce cercle.
b) Place trois points A, B et C tous distincts sur le cercle de centre O et construis les symétriques de ces points par la symétrie orthogonale d'axe (D).
Que dire de la droite (D) ?

Difficultés rencontrées liées à la résolution de l'exercice :

- ………
- ………
- ………
- ………
- ………
- ………
- ………

Conseils et orientation de l'enseignant :

- ………
- ………
- ………
- ………
- ………
- ………
- ………
- ………

Evaluation de la compétence :

☐

☐

☐

PARTIE DESTINEE A L'ENSEIGNANT TROISIEME TRIMESTRE

Programmation horaire du 3e trimestre

3ème trimestre	Compétences	Leçons	Titre des leçons	Durée d'exécution			Durée des leçons	Nombre d'heures du Trimestre
				Cours	TD	Evaluation		
1er Avril au 10 Juin 9 semaines	CB1	12	Organisation des données (collecte des informations, tableau des effectifs).	6H	2H	2H	8H	45H
		13	Traitement des données.	6H	2H		8H	
		14	Diagrammes.	6H	2H		8H	
	CB2	16	Projections.	6H	2H		8H	
		17	Repérage sur une droite graduée et dans le plan.	6H		2H	8H	

FICHE DE PROGRESSION DU TRIMESTRE III

Trimestre	Période	Contenus	
		CB 1 : Analyse	CB 2 : Algèbre – Statistique - Probabilité
3	1er Avril au 10 Mai	**Leçon 12 :** Organisation des données (collecte des informations, tableau des effectifs). **Leçon 13 :** Traitement des données.	**Leçon 16 :** Projections.
	11 Mai au 10 Juin	**Leçon 14 :** Diagrammes.	**Leçon 17 :** Repérage sur une droite graduée et dans le plan.

Les modules d'intégration en mathématiques en classe de Quatrième
Troisième trimestre
Compétence de Base 1

Quatrième–CB1 : L'élève doit pouvoir résoudre des situations-problèmes significatives qui mettent en œuvre la collecte, l'organisation et le traitement des données.

Ressources		
Savoirs	**Savoir-faire**	**Activités suggérées**
- Organisation des données (collecte des informations, tableau des effectifs).	- Collecter des données ; - organiser des données ; - calculer les fréquences en pourcentages.	- Collecte des données ; - organisation des données ; - calcul des fréquences en pourcentages.
- Traitement des données.	- Traiter des données ; - calculer la moyenne et l'interpréter ; - calculer un effectif connaissant l'effectif total et la fréquence.	- Traitement des données ; - calcul et interprétation de la moyenne ; - calcul d'un effectif connaissant l'effectif total et la fréquence.
- Diagrammes	- Construire un diagramme en bâtons, à bandes et circulaire ; - Interpréter un diagramme.	- Construction de diagrammes en bâtons, à bandes et circulaires ; - Interprétation d'un diagramme.

Compétence de Base 2

Quatrième–CB2 : L'élève doit pouvoir résoudre des situations-problèmes significatives qui mettent en œuvre les projections et le repérage sur une droite graduée ou dans le plan.		
Objectifs d'apprentissage (Ressources)		
Savoirs	**Savoir-faire**	**Activités suggérées**
- Projections.	- Définir une projection ; - construire le projeté orthogonal d'un point ; - construire le projeté orthogonal d'un segment ; - trouver un ou (des) point(s) dont le(s) projeté(s) est (sont) connu(s) ; - utiliser la conservation du milieu pour justifier qu'un point est le milieu d'un segment image par une projection ; - partager un segment en plusieurs segments de même longueur.	- Définition d'une projection ; - construction du projeté orthogonal d'un point ; - construction du projeté orthogonal d'un segment ; - détermination d'un ou (des) point(s) dont le(s) projeté(s) est (sont) connu(s) ; - justification qu'un point est le milieu d'un segment image par une projection en utilisant la conservation du milieu ; - partage d'un segment en plusieurs segments de même longueur.
- Repérage sur une droite graduée ou dans le plan.	- Placer un point d'abscisse donnée sur une droite graduée ; - déterminer l'abscisse d'un point d'une droite graduée ou un encadrement de cet abscisse ; - placer un point de coordonnées données dans un plan muni d'un repère ; - déterminer les coordonnées d'un point du plan muni d'un repère.	- Repérage d'un point d'abscisse donnée sur une droite graduée ; - détermination de l'abscisse d'un point d'une droite graduée ou un encadrement de cette abscisse ; - repérage d'un point de coordonnées données dans un plan muni d'un repère ; - détermination des coordonnées d'un point du plan muni d'un repère.

PARTIE DESTINEE A L'ELEVE
FICHES DE DEVELOPPEMENT DES COMPETENCES

Orientations :

1. *Suivre minutieusement les horaires des séances de développement des compétences prévues dans l'emploi du temps ;*
2. *Exploiter par ordre les fiches de développement des compétences ;*
3. *Traiter dans l'ordre les exercices en lien avec chaque compétence ;*
4. *Relever toutes les difficultés rencontrées lors du traitement des exercices ;*
5. *Participer aux séances de développement de compétences (Call Center) ;*
6. *Noter tous les conseils et orientations des enseignants.*

Leçons de la compétence de base 1 du troisième trimestre

Organisation des données.

Séquence 107 : Collecte des données ;

Objectif : organiser les données

- Des informations
- Tableau des effectifs
- Organiser des données.

Activité : un professeur de mathématique se livre à une enquête auprès des soixante élèves de sa classe de 4$^{\text{émé}}$ A. afin de recueillir des informations qui lui permettront d'établir des tableaux de données statistiques. Voici un extrait du questionnaire.

1. Combien as – tu des frères et sœurs ?
2. Parmi les chanteurs suivants, lequel préfères – tu ?
3. Quelle couleur choisiras-tu pour maillot de ton équipe ?
4. Quelle est ton année de naissance ?

Vocabulaires

Population : c'est l'ensemble des individus (ou des objets) sur les quels l'on collecte des données (Les élèves interrogés).

Individus : chacun des élèves interrogés.

Effectif total : c'est le nombre des élèves interrogés.

Caractère : (objet d'étude) : c'est une donnée (les nombres des frères et sœurs)

Séquence 108 : Type des caractères

Objectif : Définir le type de caractère.

Retenons : Il y a deux types des caractères :

Le caractère est dit quantitatif lorsque les données sont numériques. Si non le caractère est dit qualitatif (chanteurs préférés, couleur). Le caractère quantitatif peut être discret ou continu

- La valeur d'une donnée est encore appelée une modalité (les différentes réponses obtenues). Les modalités peuvent être des nombres ou non.
- Effectif de la population : c'est le nombre total d'individus ou objets.

Exemple: Dans l'activité de la séquence 1, l'effectif total est 60

NB : A une modalité, on peut faire correspondre l'effectif d'individus ayant cette modalité.

Séquence 109 : Tableaux des effectifs et des fréquences.

Objectif : Calculer les effectifs et les fréquences.

Un tableau des effectifs d'une enquête est un tableau a deux lignes comportant dans la 1ére colonne les modalités et l'autre les effectifs des différentes modalités.

Exemples :

Modalités	9	10	11	13	14	Total
Effectifs	7	7	5	6	1	26

- Définition de la fréquence d'une modalité

La fréquence d'une modalité est le rapport de son effectif par l'effectif total.

F_e modalité $= \frac{effecti\ de\ la\ modalité}{effectif\ total}$

Elle peut être exprimée sous forme :

- D'une fraction
- D'un nombre ou d'un pourcentage.

Lorsqu'une modalité comporte le plus grand effectif, cette modalité est appelée mode de la série statistique. Une série statistique peut avoir plusieurs modes.

Séquence 110 : Tableaux des fréquences

Objectif : Etablir un tableau de fréquence

En reportant toutes les modalités et leurs fréquences dans un tableau, nous obtenons le tableau des fréquences.

Modalités	A. Kidjo	Makeba	K.olo	Wally	Moryk	Ak	Total
Fe. Respectives	$\frac{15}{60}$	$\frac{11}{60}$	$\frac{9}{60}$	$\frac{5}{60}$	$\frac{12}{60}$	$\frac{8}{60}$	1

Traitement des données

Séquence 111 : Traitement des données, la moyenne d'une série statistique.

Objectifs : Calculer et interpréter une moyenne;

Définition : pour une série statistique à caractère quantitatif, la moyenne est le nombre M défini par :

$$M = \frac{\text{somme de tous les produits(modalité} \times \text{effectif de la modalité)}}{\text{Effectif total}}$$

<u>Remarque</u> : on ne calcule pas la moyenne pour une série à caractère qualitatif. Elle est un indicateur approximatif de la modalité de chaque individu de la population étudié.

Séquence 112 : Calcul de la moyenne.

<u>Objectif :</u> Calculer la moyenne ; calculer un effectif connaissant l'effectif total et la fréquence.

<u>Méthode</u> : après avoir établi un tableau des effectifs d'un caractère quantitatif, on peut calculer la M en procédant comme suit :

- on calcule le produit de chaque modalité par son effectif ;
- on calcule la somme de tous ces produits ;
- on divise la somme de tous les produits par l'effectif total.

<u>Exemple</u> : un professeur a noté le nombre des réponses justes donnés par 42 élèves à la suite d'une interrogation orale faite en cours.

Répo. Justes	1	2	3	5	6	7
Nombres d'élèves	5	6	10	10	7	4

- Cette série a deux modes qui sont 3 et 5.
- Calculons le nombre moyen de réponses justes

$M = \frac{1\times5+2\times6+3\times10+5\times10+6\times7+7\times4}{42} = \frac{167}{42} \simeq 4.$

<u>Exemple</u> : le nombre des personnes demandées 53. Les résultats de cette enquête sont contenus dans le tableau ci- dessous :

Sport	Football	Handball	Basket ball	Natation	Danse
Nbres de personnes	15	12	9	7	10

Le mode de cette série statistique est : le football, Tableau de fréquences en % de cette série. Fréquence de la modalité football : $\frac{15}{53} \times 100 = 28{,}3\%$ c'est le pourcentage des personnes qui préfèrent le football. Les autres sont calculés des mêmes façons.

Sport	Football	Handball	Basketball	Natation	Danse	Total
Nbre de pers	28,3	22,6	17	13,2	18,9	100

Diagrammes

Séquence 113 : Le diagramme en bâton et interprétation.

Objectif : Représenter un diagramme en bâton et interpréter

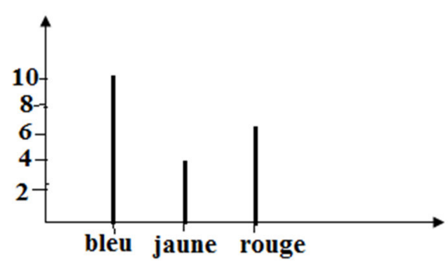
Définition : Dans un diagramme en bâton, les hauteurs des bâtons sont proportionnelles aux quantités qu'elles représentent.

Méthode : pour un caractère étudié on peut dessiner dans un repère du plan un diagramme en bâtons qui présente le tableau des effectifs. Ainsi, sur l'axe des abscisses, on reporte les différentes modalités et sur l'axe des ordonnées sont notés les effectifs de chaque modalité ou (fréquences). Le segment le plus long est sur la modalité ayant le plus grand effectif.

Exemple : on demande à 20 personnes leur couleur préférée parmi le bleu, le jaune et le rouge. On obtient le tableau des effectifs suivants :

Couleurs	Bleu	Jaune	Rouge	Total
Effectifs	10	4	6	20

Le diagramme en bâton correspondant à cette distribution est :



- Couleur bleue a le plus grand effectif.

Séquence 114 : Le diagramme semi- circulaire

Objectif : Construire un diagramme semi-circulaire et circulaire.

Définition : Dans un diagramme circulaire, les mesures des angles de secteurs circulaires sont proportionnelles aux quantités qu'elles représentent.

Tableau

Années	2009	2010	2011	2012	2013	Total
Nouveau-nés	12	15	10	25	18	80
Mesure de l'angle du centre	27°	33,75°	22,5°	56,25°	40,50°	180°

La modalité « 2012 » a le plus grand effectif. Sur un demi- disque, on peut représenter les effectifs de chaque modalité par des sec ui sont déterminés par des angles au centre. A chaque modalité, on associe un secteur circulaire tel que l'aire du secteur circulaire, donc son angle au centre soit proportionnel à l'effectif de la modalité représenté. On écrit : $80 \rightarrow 180°$ $18 \rightarrow x$ $\rightarrow x = \frac{180° \times 18}{80} = 40{,}5°$

- Diagramme circulaire

On écrit : $80 \rightarrow 360°$ $18 \rightarrow x$ $\rightarrow x = \frac{360° \times 18}{80} = 81°$

Années	2009	2010	2011	2012	2013	Total
N.- nés	12	15	10	25	18	80
Angle	54°	67,5°	45°	112,5°	81°	360°

- Dans histogramme, les aires des rectangles sont proportionnelles aux quantités qu'elles représentent

Séquence 115 : Diagramme à bandes.

Objectif : Construire l'histogramme.

Exemple : on a relevé le nombre d'enfants nés dans un petit village Zeblé pendant cinq années successives.

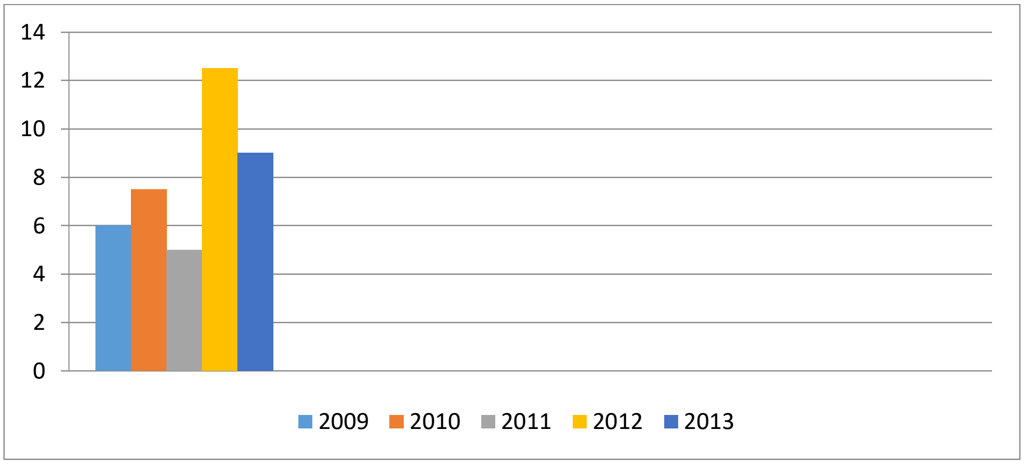
Années	2009	2010	2011	2012	2013	Total
Nouveau – nés	12	15	10	25	18	80

Construisons le diagramme à bande de cette série statistique.

Méthode : Dans un repère du plan, on peut représenter le diagramme à bandes d'un caractère étudié. Sur l'axe des abscisses, on place les années des naissances et sur l'axe des ordonnées les effectifs de naissance par année.

- On construit dans ce repère des bandes de même largeur sur chacune des années de naissance et de longueur égale ou proportionnelle au nombre des naissances enregistrées dans l'année qu'elle représente.
- On peut définir une échelle de réduction pour représenter la série. Pour le diagramme à bandes, un nouveau- né → 0,5cm et une année → 1cm.

Années	2009	2010	2011	2012	2013	
Nouveau-nés	12	15	10	25	18	
Hauteur	6	7,5	5	12,5	9	×0,5



Leçons de la compétence de base 2 du troisième trimestre

Projections

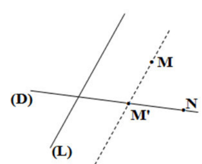
<u>Séquence 116 :</u> Définition d'une projection et construction du projeté orthogonal d'un point

<u>Objectif :</u> Définir une projection et construire le projeté orthogonal d'un point.

<u>Définition 1 :</u> (D) et (L) sont deux droites sécantes du plan.

On appelle projection sur (D) parallèlement à (L) l'application du plan dans le plan qui, à chaque point M, associe M' point commun de la droite (D) et de la droite parallèle à (L) passant par M.

Le point M'est appelé le projeté de M sur (D).



<u>NB :</u> Si N ∈ (D), N est son propre projeté. Tous les points de la droite (D) sont leurs propres images par une projection parallèle à une droite sécante à (D).

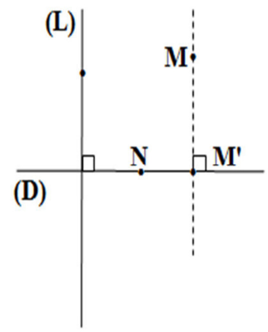
<u>Séquence 117 :</u> La projection orthogonale.

<u>Objectif :</u> Construire le projeté orthogonal d'un point.

<u>Définition 2 :</u> Si (D) est orthogonale à (L), la projection sur (D) parallèlement à (L) est appelée projection orthogonale sur (D).

On a : M' ∈ (D) et (MM') ⊥ (D).

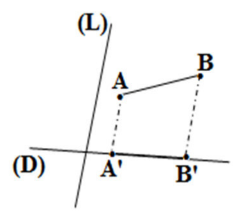
Le point M'est appelé projeter orthogonal de M sur (D).

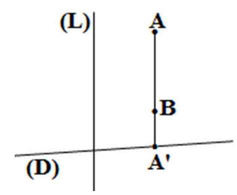


Séquence 118 : Projeté d'un segment.

Objectif : Construire le projeté orthogonal d'un segment.

Propriété : Le projeté d'un segment est un segment ou un point.

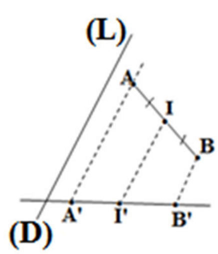




Séquence 119 : Projeté du milieu d'un segment.

Objectif : Reconnaitre le projeté du milieu d'un segment.

Propriété : Lorsque le projeté d'un segment n'est pas un point, le projeté du milieu du segment est le milieu du projeté de ce segment.



[A'B'] projeté de [AB]

I milieu de [AB]

I' projeté de I

I' milieu de [A'B']

Séquence 120 : Subdivision d'un segment en plusieurs de même longueur.

Objectif : Partager un segment en plusieurs segments de même longueur.

Méthode : [AB] est un segment de longueur l donnée.

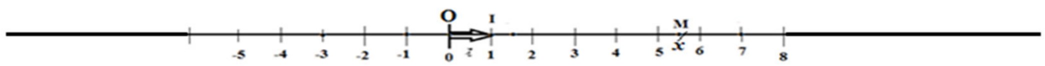
Pour diviser le segment [AB] en n segments de même longueur, on divise l par n. Soit m le nombre obtenu de la division de l par n. A l'aide d'un compas dont l'écart mesure m, on place n-1point à l'intérieur de [AB], la pointe du compas étant pour la première fois placée en A, puis au point d'intersection de l'arc de cercle de rayon m tracé et du segment [AB], puis au deuxième point d'intersection de l'arc de cercle de même rayon m et du segment [AB], …, jusqu'au (n-1)ème point. Le dernier arc de cercle coupe le segment [AB] en B

Repérage sur une droite graduée et dans le plan.

Séquence 121 : Repérage d'un point d'abscisse donnée sur une droite graduée.

Objectif : Placer un point d'abscisse donné sur une droite graduée.

Définition : (D) est une droite graduée de repère (O, I) telle que $\overrightarrow{OI} = \vec{i}$



Tout point M de la droite (D) est repéré par un unique nombre x appelé abscisse de M.

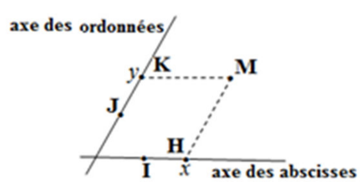
Réciproquement, tout nombre x désigne l'abscisse d'un unique point M de la droite (D) de repère (O, I).

On note : M(x) ou $\overrightarrow{OM} = x.\vec{i}$

$x.\vec{i}$ est l'écriture vectorielle de $\overrightarrow{OM}$ sur la droite graduée (D) de repère (O, I) tel que $\overrightarrow{OI} = \vec{i}$

Séquence 122 : Repérage d'un point des coordonnées dans un plan muni d'un repère.

Objectif : Placer un point des coordonnées dans un plan muni d'un repère.



Définition et notation : (OI) et (OJ) sont deux droites sécantes en O. (O, I) est un repère de la droite (OI) et (O, J) est un repère de la droite (OJ). Soit M un point du plan. H est le projeté de M sur (OI) parallèlement à (OJ) et K est le projeté de M sur (OJ) parallèlement à (OI). x est l'abscisse du point H sur (OI) et y l'abscisse de K sur (OJ).

Le triplet (O, I, J) est appelé repère du plan.

Le point O est l'origine du repère (O, I, J). L'axe (O, I) est appelé axe des abscisses et l'axe (O, J), axe des ordonnées. Dans ce repère, tout point M est déterminé par un couple unique (x, y) de nombres et tout couple (x, y) de nombres détermine un unique point M. Les nombres x et y sont appelés des coordonnées du point M dans le repère (O, I, J).

x est l'abscisse du point M dans le repère (O, I, J).

y'est l'ordonnée de M dans le repère (O, I, J). On dit que (x, y) est le couple de coordonnées du point M dans le repère (O, I, J). On note : M (x, y) pour désigner que M est un point de coordonnées x et y dans le repère (O, I, J).

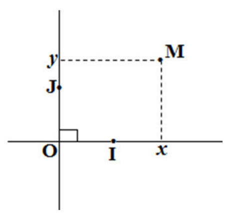
Séquence 123 **:** Le repère orthogonal.

Objectif : Définir un repère orthogonal.

Définition : Le repère (O, I, J) est appelé repère orthogonal si (OI)⊥(OJ).

M a pour coordonnées x et y dans le repère orthogonal (O, I, J).

On note M (x, y).



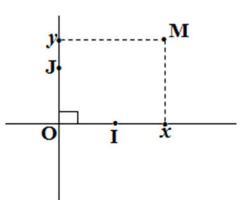
Séquence 124 **:** Repère orthonormé (orthonormal).

Objectif : Définir un repère orthonormal.

Définition : (O, I, J) est un repère orthogonal.

Si OI = OJ, on dit que (O, I, J) est un repère orthonormé ou orthonormal.

On note M (x, y) dans le repère orthonormé.



Exercices d'entrainement de la compétence de base 1 du troisième trimestre

Exercice 1 On a relevé l'âge des élèves d'une classe de quatrième du lycée de N'Djari à N'Djaména :

Trois élèves ont quatorze ans ; treize élèves ont quinze ans ; sept élèves ont seize ans et deux élèves ont dix-sept ans.

a) Le caractère étudié est-il qualitatif ou quantitatif ?
b) Quel est l'effectif correspondant à la modalité quinze ?

Exercice 2 Dans une classe de quatrième A du lycée Félix Eboué, le professeur de sport mène une enquête en vue de trouver une couleur des tenues de sport pour la classe.

Les réponses recueillies sont ainsi regroupées :

20 élèves choisissent la couleur bleue ;

10 élèves choisissent la couleur jaune ;

10 élèves choisissent la couleur rouge ;

2 élèves choisissent la couleur verte et 3 élèves optent pour la couleur blanche.

a) Combien cette classe de quatrième compte- t- elle d'élèves ?
b) Quelles sont les différentes couleurs que les élèves ont choisies ?

Exercice 3 Dans une classe de quatrième de 50 élèves, le professeur de mathématiques mène une enquête en vue de savoir combien de bics bleus chaque élève a acheté depuis le début de l'année scolaire 2012 – 2013.

Les réponses des 50 élèves sont les suivantes :

5 ; 4 ; 2 ; 4 ; 7 ; 2 ; 2 ; 3 ; 3 ; 1 ; 1 ; 8 ; 5 ; 9 ; 3 ; 4 ; 4 ; 7 ; 6 ; 5 ; 2 ; 2 ; 1 ; 6 ; 5 ; 4 ; 3 ; 2 ; 2 ; 1 ; 9 ; 8 ; 1 ; 2 ; 4 ; 3 ; 5 ; 7 ; 6 ; 9 ; 5 ; 8 ; 6 ; 6 ; 7 ; 4 ; 2 ; 3 ; 3 ; 1.

a) Quel est le caractère étudié ? Est – t- il qualitatif ou quantitatif ?
b) Donne la population étudiée et définis un individu de cette population.
c) Donne la liste de toutes les modalités de cette étude.
d) Etablis le tableau des effectifs et des fréquences exprimées en fractions, en nombres décimaux puis en pourcentages.

Exercice 4 Dans une classe de quatrième C de 60 élèves du lycée Félix Eboué, le professeur Charles entreprend une étude afin de savoir combien de frères et sœurs possède chacun de ses élèves et d'en déterminer la moyenne.

Les réponses de chacun des élèves de cette classe sont les suivantes :

5 ; 6 ; 4 ; 5 ; 2 ; 5 ; 4 ; 3 ; 7 ; 1 ; 4 ; 3 ; 2 ; 5 ; 6 ; 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 4 ; 7 ; 4 ; 4 ; 5 ; 7 ; 5 ; 3 ; 5 ; 6 ; 2 ; 6 ; 2 ; 4 ; 4 ; 3 ; 5 ; 6 ; 9 ; 4 ; 1 ; 3 ; 3 ; 4 ; 5 ; 2 ; 5 ; 1 ; 0 ; 4 ; 4 ; 3 ; 6 ; 6 ; 4 ; 3 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6.

a) Donne la liste de toutes les modalités de ce caractère.

b) Etablis le tableau des effectifs et des fréquences en pourcentage.
c) Calcule la somme de tous les nombres de frères et sœurs des élèves de cette classe et divise cette somme par le nombre total des élèves.

Comment interprètes – tu ce résultat ?

Exercice 5 Dans une classe de sixième A du lycée Félix Eboué, on a posé à chaque élève la question suivante : « combien de temps en minutes te faut – il pour faire le trajet domicile – lycée Félix Eboué ? Les réponses de tous les élèves de cette classe sont consignées dans le tableau des effectifs suivant :

Durée du trajet(en mn)	5	8	11	14	17
Effectifs	4	7	16	19	8

1) Etablis le tableau des fréquences en pourcentage de cette étude.
2) Calcule la moyenne de la durée du trajet des élèves de cette classe.

Exercice 6 Dans une enquête sur la taille des élèves d'une classe de 75 élèves, on a relevé que certains élèves mesurent 1,50m et d'autres 1,55m. Sachant que la fréquence de la modalité 1,50m est 12,36%, quel est le nombre des élèves qui mesurent 1,55 ?

Exercice 7 Le Cabinet Finance et Management (CFM) emploie 18 auditeurs. La moyenne des salaires mensuels de ces auditeurs est de 358 500F CFA. Quel est le montant de la somme que doit préparer chaque fin de mois le comptable pour payer ces auditeurs ?

Exercice 8 A l'hôpital de la mère et de l'enfant de N'Djamena, on a donné dans un tableau le nombre des naissances par jour pendant la première semaine du mois de janvier 2013.

Jours	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
Nombre des naissances	16	8	27	13	19	10	22

a) Dans un repère du plan, représente le diagramme en bâtons de ces informations.
b) Dans un repère du plan, représente le diagramme à bandes de ces informations.
c) Donne le diagramme semi-circulaire de ces informations.

Exercice 9 A la fin de la saison sportive 2012, l'entraineur de l'équipe de football « Gazelle » de N'djamena a relevé dans le tableau suivant le nombre de joueurs ayant marqué 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 buts.

Nombre de buts	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombre de joueurs	1	0	0	2	0	1	2	4	0	1

a) Quelle est la population étudiée ? Quel est son effectif ?
b) Dresse le tableau des fréquences données en pourcentage.
c) Construis le diagramme en bâtons des effectifs.
d) Calcule la moyenne du nombre de buts marqués par joueur.

Exercice 10 Les 24 élèves d'une classe de quatrième A du lycée Joseph Brahim Seid de Pala ont obtenu les notes suivantes à un devoir de mathématiques.

8 ; 12 ; 7 ; 15 ; 9 ; 13 ;12 ; 12 ;18 ; 10 ; 7 ; 20 ; 10 ; 15 ; 18 ; 5 ; 9 ; 11 ; 10 ; 3 ; 11 ; 10 ; 15 ; 12.

a) Dresse le tableau des effectifs par note de cette classe.
b) Construis le diagramme en bâtons des notes obtenues.
c) Partage la classe en trois groupes :
Groupe I : les élèves ayant obtenu une note supérieure ou égale à 12 ;
Groupe II : les élèves ayant obtenu une note supérieure ou égale à 8 et inférieure à 12 ;
Groupe III : les élèves ayant obtenu une note inférieure à 8.
Représente cette répartition par un diagramme semi-circulaire.

Enoncé 1 La répartition du personnel d'une entreprise de la ville de Sarh, d'après le nombre d'enfants de chaque salarié, est donnée dans le tableau suivant :

Nombre d'enfants	1	2	3	4	5	6	7
Effectifs	13	25	20	12	6	3	1

a) Détermine le nombre de personnes de l'entreprise qui ont trois enfants ; six enfants.
b) Donne le tableau de fréquences en pourcentage de cette répartition.

Corrigé de l'énoncé 1

Voici le tableau

Nombre d'enfants	1	2	3	4	5	6	7
Effectifs	13	25	20	12	6	3	1

a) Déterminons le nombre de personnes de l'entreprise qui ont trois ; six enfants :
   - ✓ Ceux qui ont trois enfants : 20
   - ✓ Ceux qui ont six enfants : 3
b) Donnons le tableau de fréquences en pourcentage de cette répartition.

Nombre d'enfants	1	2	3	4	5	6	7	Total
Effectifs	13	25	20	12	6	3	1	80
Fréquence en %	16,25	31,25	25	15	7,5	3,75	1,25	100

Enoncé 2 Dans une classe de quatrième du lycée de Bol, on a déterminé le nombre de frères et sœurs de chaque élève. Les résultats sont regroupés dans le tableau suivant :

Nombre de frères et sœurs	0	1	2	3	4
Effectifs	5	10	8	2	3

a) Donne les fréquences en pourcentage de cette répartition.
b) Calcule la moyenne du nombre des frères et sœurs des élèves de cette classe.

Corrigé de l'énoncé 2

Les résultats regroupés dans le tableau suivant

Nombre de frères et sœurs	0	1	2	3	4	Total
Effectifs	5	10	8	2	3	28

a) Donnons les fréquences en pourcentage de cette répartition

Nombre de frères et sœurs	0	1	2	3	4	Total
Effectifs	5	10	8	2	3	28
Fréquences en %	17,85	35,72	28,57	7,14	10,72	100

b) Calculons la moyenne du nombre des frères et sœurs.

$$M=\frac{Somme\ de\ tous\ les\ produits\ (modalité \times effectif\ de\ la\ mode)}{Effectif\ total}$$

$$M=\frac{0\times5+1\times10+2\times8+3\times2+4\times3}{28}=\frac{0+10+16+6+12}{28}$$

M= 1,57 $\approx$ 2, $\Rightarrow$ **M= 2**

Exercices d'entrainement de la compétence de base 2 du troisième trimestre

Exercice 1 ABCD est un parallélogramme de centre O.

Quels sont les projetés orthogonaux respectifs des points A, B, C et D par :

a) la projection sur (CD) ?
b) la projection sur (BC) ?

Exercice 2 Soit (D) une droite. M, N et P sont trois points distincts du plan n'appartenant pas à (D).

Q est un point appartenant à (D).

Construis-les projetés orthogonaux des points M, N et P sur la droite (D).

Quel est le projeté orthogonal du point Q sur la droite (D) ? Justifie.

Exercice 3 ABCD est un parallélogramme de centre O.

I est un point de [AO] tel (OI) ∥ (AB).

Considérons la projection sur (BC) parallèlement à (CD).

Détermine-les projetés des segments [AD], [IO], [OB], [DB], [AC] et [AB].

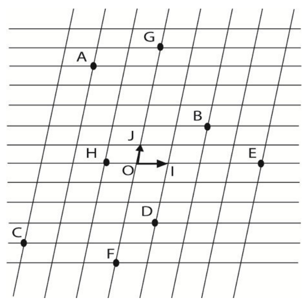
Exercice 4 ABC D est un parallélogramme de centre O. Les points H et K sont les projetés orthogonaux respectifs de A et C sur [BD].

Démontre que O est le milieu de [HK].

Exercice 5 (O, I, J) est un repère du plan.

Donne le couple de coordonnées de chacun des points A, B, C, D, E, F, G, H, I, J

et O.



Exercice 6 (O, I, J) est un repère orthogonal du plan.

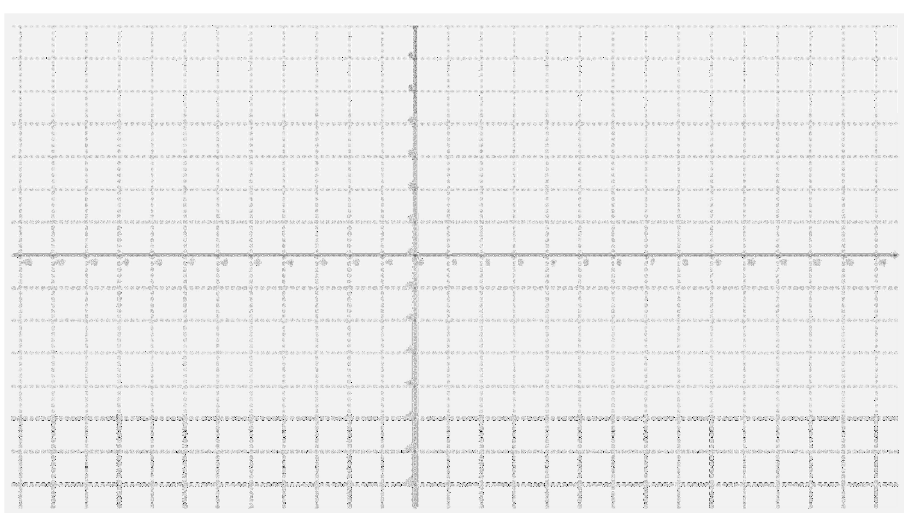
Place les points A(2 ; 5) ; B(-1 ; 4) ; C(-3 ; -2) ; D(5 ; -4) ; E(-3 ; 0) et F(0 ; 4).

Exercice 7 a) (O, I, J) est un repère du plan.

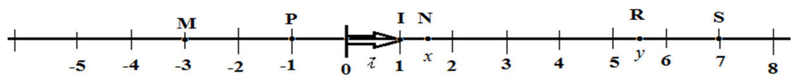
Ce repère est-il orthogonal ou orthonormé ? Dis pourquoi.

b) Les couples des coordonnées suivants sont ceux des points A, B, C, D, E et F respectivement. Place ces points dans le repère suivant.

(1 , -2) ; (1 , 0) ; (0, 5) ; (2, 3) ; (-1, 6) ; (-2, 0).



Enoncé 1 Considérons la droite graduée (xy) suivante de repère (O, I).



Sur cette droite graduée, le point M est repéré par le nombre -3.

On dit que – 3 est l'abscisse du point M ou que M a pour abscisse -3 sur la droite graduée. On note M (-3)

a) Quelles sont les abscisses respectives des points P, O, I, R et S ?
b) On peut repérer un point sur la droite graduée à l'aide d'une écriture vectorielle : $\overrightarrow{OI} = \vec{\imath}$; $\overrightarrow{OM}$= -3$\vec{\imath}$.
Complète : I(1) équivaut à $\overrightarrow{OI}$ = … ;
M(-3) équivaut à $\overrightarrow{OM}$= … ;
S(7) équivaut à $\overrightarrow{OS}$= … ;
P(-1)équivaut à $\overrightarrow{OP}$ =….
c) Le point N n'est pas repéré sur la droite par un nombre entier. Son abscisse x est située entre les entiers consécutifs 1 et 2. On peut donc déterminer un encadrement de son abscisse. Ecris cet encadrement de x.

L'unité de longueur est le centimètre.

a) Trace une droite graduée (D) de repère (O, I) tel que $\overrightarrow{OI} = \vec{\imath}$ et place sur cette droite les points M, N, P, Q, R, S et T d'abscisses respectives -5 ; -3 ; 2 ;4 ; 5 ; 7 et 9.
b) Complète les égalités suivantes : $\overrightarrow{OM}$ = …$\vec{\imath}$; $\overrightarrow{ON}$ = …$\vec{\imath}$; $\overrightarrow{OP}$ = …$\vec{\imath}$; $\overrightarrow{OQ}$ = …$\vec{\imath}$; $\overrightarrow{OR}$ = …$\vec{\imath}$; $\overrightarrow{OT}$ = …$\vec{\imath}$.

Corrigé de l'énoncé 1

Enoncé 2 Sur une droite (xy) , on marque les points O, I, J, K, L, M distincts tels que :

OI = JI = JK= KL= LM.

a) Construis la droite (D)⊥(OI), passant par O.
b) Soit I' l'un des points de (D) tel que OI' = OI.
On désigne par I', J', K', L' et M' les projetés de I, J, K, L et M sur (D) parallèlement à (II'). Construis I', J', K', L' et M'.

Démontre que :

– OI’= I’J’= J’K’= K’L’= L’M’ ;
– I’J’= IJ ; I’K’= IK ; I’L’= IL ; OM’= OM.

c) Démontre que les milieux des segments [II’], [JJ’], [KK’], [LL’], [MM’] sont alignés avec O.

Corrigé de l’énoncé 2

EVALUATION

Exercice 1 Le tableau des effectifs suivant donne les années de naissance et le nombre des élèves d’une classe de sixième nés au cours de cette année.

Années de naissance	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Effectifs	5	4	8	15	6	2	5

a) Construis un repère du plan ayant sur l’axe des abscisses les années des naissances et sur l’axe des ordonnées les effectifs des naissances par année.
b) Construis dans ce repère des bandes de même largeur sur chacune des années de naissance et de longueur égale ou proportionnelle au nombre des naissances enregistrées dans l’année qu’elle représente.
c) Au vu de cette représentation, peux-tu dire quelle est l’année qui a le plus enregistré de naissances ?

Exercice 2 TRUC est un trapèze tel que les droites (TR) et (UC) sont parallèles. I est le milieu de [TC] et J, le milieu de [RU].

a) Fais la figure.
b) Par la projection sur la droite (RU) parallèlement à la droite (TR), quel est le projeté du segment [TC] ?
c) Par cette même projection, quel est le projeté du point I ?
d) En déduire que (IJ) et (TR) sont parallèles.

Exercice 3 (O, I, J) est un repère du plan.

On donne les points : A(2 ; 1,5) ; B(-4 ; 5) ; C(0 ; $-\frac{3}{4}$).

a) Donne l’abscisse et l’ordonnée de chacun de ces points ;
b) Construis le repère (O, I, J) et place les points A, B et C.

Difficultés rencontrées liées à la résolution de l'exercice :

- ……………………………………………………………………………………………………
- ……………………………………………………………………………………………………
- ……………………………………………………………………………………………………
- ……………………………………………………………………………………………………
- ……………………………………………………………………………………………………
- ……………………………………………………………………………………………………
- ……………………………………………………………………………………………………
- ……………………………………………………………………………………………………
- ……………………………………………………………………………………………………

Conseils et orientation de l'enseignant :

- ……………………………………………………………………………………………………
- ……………………………………………………………………………………………………
- ……………………………………………………………………………………………………
- ……………………………………………………………………………………………………
- ……………………………………………………………………………………………………
- ……………………………………………………………………………………………………
- ……………………………………………………………………………………………………
- ……………………………………………………………………………………………………
- ……………………………………………………………………………………………………

Evaluation de la compétence :

Table des matières

EDUNOTE

Portail Integré de Réussite Scolaire

Inscrivez-vous sur www.edunote.org

TECHNIDEV

Institut des Technologies Innovantes pour le Développement